1. O grupo A_4 (o grupo das permutações pares de $\{1,2,3,4\}$) é simples?

2. Seja X o prisma hexagonal X cujos 12 vértices são
$$(\pm 1, 0, \pm 1)\,, \left(\pm\frac{1}{2}, \pm\frac{\sqrt{3}}{2}, \pm 1\right).$$
Quantos elementos tem o grupo $G \subset GL(3,\mathbb{R})$ das matrizes A que preservam X, i.e., satisfazem $A(X) = X$?

3. Quantos elementos tem o grupo $SL(2,11)$ (o grupo das matrizes 2×2 de determinante 1 com coeficientes em $\mathbb{Z}/(11)$)?

4. Diga quantas classes de conjugação há no grupo $SL(3,2)$ (o grupo das matrizes 3×3 com coeficientes em $\mathbb{Z}/(2)$; este grupo é simples e tem 168 elementos) e quantos elementos há em cada classe. Dê também um representante de cada classe de conjugação e diga qual é a ordem deste elemento.

5. Diga quantas classes de conjugação há no grupo A_6 (o grupo das permutações pares de um conjunto de 6 elementos; este grupo é simples e tem 360 elementos) e quantos elementos há em cada classe. Dê também um representante de cada classe de conjugação e diga qual é a ordem deste elemento.

6. Quantos elementos tem o grupo $\langle a, b | a^2 = b^3 = (ab)^4 = e\rangle$?

7. Seja
$$G = \langle a, b, c | a^2 = b^2 = c^2 = (ab)^4 = (bc)^3 = (ac)^2 = e\rangle.$$
Quantos elementos tem o grupo G?

8. Descreva um grupo e geradores tal que o diagrama de Cayley (sem as cores) seja um icosaedro; desenhe este diagrama de Cayley. Existe algum grupo cujo diagrama de Cayley seja um dodecaedro?

9. Existe algum grupo não abeliano com 21 elementos? E com 33 elementos?

10. Quantos grupos não isomorfos distintos com 22 existem?

11. Diga se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa, com justificativa.
    (a) Seja G um grupo finito. Se $g^2 = e$ para todo $g \in G$ então G é abeliano.
    (b) Seja G um grupo finito. Se $g^3 = e$ para todo $g \in G$ então G é abeliano.
    (c) Seja G um grupo finito com 55 elementos. Então G é abeliano.

(d) Seja G um grupo finito com 77 elementos. Então G é abeliano.

(e) Seja G um grupo finito. Se todo subgrupo $H \subset G$ é normal então G é abeliano.

(f) Seja G um grupo finito com n elementos. Se m é um divisor de n então existe um subgrupo H de G com m elementos.

(g) Todo automorfismo de A_5, o grupo das permutações pares de um conjunto de 5 elementos, é uma conjugação.