

P2 de Cálculo a Várias Variáveis I (turma especial)

MAT 1182 — 2009.2

Data: 27 de outubro de 2009

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Nota	Revisão
1a	1.0		
1b	1.5		
1c	1.5		
2a	1.0		
2b	0.5		
2c	0.5		
3	1.0		
Prova	7.0		
Teste	3.0		
Nota final	10.0		

## Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- Não destaque as folhas da prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou preta. Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Seja  $A \subset \mathbb{R}^3$  o conjunto definido por

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, \quad x^2 + y^2 - z^2 \leq 0.$$

(a) Faça um esboço do conjunto  $A$ .

(b) Encontre o valor máximo e mínimo em  $A$  de

$$f_1(x, y, z) = x + 2y + 5z$$

(c) Encontre o valor máximo e mínimo em  $A$  de

$$f_2(x, y) = x^2 + xy + y^2$$

2. Seja  $f(x) = x^3 - x$ . Como no Método de Newton, defina

$$g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}.$$

- (a) Faça um esboço do gráfico de  $g$ , indicando as interseções com a reta  $y = x$ .

(b) Para  $x_0 = 2$ , defina recursivamente  $x_{n+1} = g(x_n)$ . Calcule

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n.$$

(c) Encontre  $a \in (0, 1)$  tal que  $g(a) = -a$ .

3. Dê um exemplo de uma função suave  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  com  $f(0, 0) = 0$  tal que:

- (i) para cada  $x \in \mathbb{R}$  existem no máximo dois valores de  $y \in \mathbb{R}$  para os quais  $f(x, y) = 0$ ;
- (ii) existem duas funções suaves distintas  $g_1, g_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  satisfazendo  $g_1(0) = g_2(0) = 0$ ,  $g_1'(0) = g_2'(0) = 0$ ,  $g_1''(0) \neq g_2''(0)$ ,  
 $f(x, g_1(x)) = f(x, g_2(x)) = 0$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

Para o seu exemplo, calcule  $\text{grad } f(0, 0)$ . O valor de  $\text{grad } f(0, 0)$  pode ser diferente para duas funções satisfazendo as condições acima?