

P2 de Cálculo a Várias Variáveis I (turma especial)

MAT 1182 — 2009.2

Data: 27 de outubro de 2009

Nome: _____ Matrícula: _____

Assinatura: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Nota	Revisão
1a	1.0		
1b	1.5		
1c	1.5		
2a	1.0		
2b	0.5		
2c	0.5		
3	1.0		
Prova	7.0		
Teste	3.0		
Nota final	10.0		

Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- Não destaque as folhas da prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou preta. Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Seja $A \subset \mathbb{R}^3$ o conjunto definido por

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, \quad x^2 + y^2 - z^2 \leq 0.$$

(a) Faça um esboço do conjunto A .

(b) Encontre o valor máximo e mínimo em A de

$$f_1(x, y, z) = x + 2y + 5z$$

(c) Encontre o valor máximo e mínimo em A de

$$f_2(x, y) = x^2 + xy + y^2$$

2. Seja $f(x) = x^3 - x$. Como no Método de Newton, defina

$$g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}.$$

- (a) Faça um esboço do gráfico de g , indicando as interseções com a reta $y = x$.

(b) Para $x_0 = 2$, defina recursivamente $x_{n+1} = g(x_n)$. Calcule

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n.$$

(c) Encontre $a \in (0, 1)$ tal que $g(a) = -a$.

3. Dê um exemplo de uma função suave $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ com $f(0, 0) = 0$ tal que:

- (i) para cada $x \in \mathbb{R}$ existem no máximo dois valores de $y \in \mathbb{R}$ para os quais $f(x, y) = 0$;
- (ii) existem duas funções suaves distintas $g_1, g_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ satisfazendo $g_1(0) = g_2(0) = 0$, $g_1'(0) = g_2'(0) = 0$, $g_1''(0) \neq g_2''(0)$,
 $f(x, g_1(x)) = f(x, g_2(x)) = 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Para o seu exemplo, calcule $\text{grad } f(0, 0)$. O valor de $\text{grad } f(0, 0)$ pode ser diferente para duas funções satisfazendo as condições acima?