

P1 de Equações diferenciais e de diferenças

MAT 1154 — 2004.2

Data: 11 de Setembro de 2004

Nome: _____ Matrícula: _____

Assinatura: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	2.5		
2	2.5		
3	2.5		
4	2.5		
Total	10.0		

Instruções

- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- A prova pode ser resolvida a lápis ou a caneta.
- Você tem direito a uma folha de consulta.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Resolva as equações diferenciais abaixo:

(a)

$$-\operatorname{sen} x + 2yy' \cos x = 0$$

(b)

$$(y + e^x) + (2y + x)y' = 0$$

2. Resolva as equações de diferenças abaixo:

(a)

$$y_{n+1} = y_n + n, \quad y_0 = 0.$$

(b)

$$y_{n+1} = (n+1)2^n y_n + n(n+1)! 2^{\frac{n(n+1)}{2}}, \quad y_0 = 1.$$

3. Considere o seguinte problema de valor inicial:

$$y'(t) = y(t) + t, \quad y(0) = 0.$$

- (a) Encontre a função y e calcule o valor de $f(1)$.
- (b) Escreva a equação de iteração de Euler para calcular uma solução aproximada (em função do passo h).
- (c) Calcule a aproximação para $y(1)$ obtida pelo método de Euler com $h = 1/2$.
- (d) Resolva a equação de diferenças obtida no item (b) para encontrar a aproximação para $y(nh)$ obtida pelo método de Euler (em função do passo h e do número de passos n).

4. A função contínua e derivável $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tem as propriedades abaixo:

1. $f(0) = 1$, $f(1) = 2$.

2. Para todo $x \neq 0$, a reta tangente ao gráfico de f no ponto (x, y) corta a reta $y = 1$ no ponto $(x/2, 1)$.

Calcule $f(2)$.