

P1 de Equações diferenciais e de diferenças

MAT 1154 — 2005.1

Data: 2 de abril de 2005

Nome: _____ Matrícula: _____

Assinatura: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Nota	Revisão
1a	1.5		
1b	1.5		
2a	1.0		
2b	1.0		
3	2.0		
4a	1.0		
4b	2.0		
Total	10.0		

Instruções

- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- A prova pode ser resolvida a lápis ou a caneta.
- Você tem direito a uma folha de consulta.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Resolva os problemas de valor inicial abaixo:

(a)

$$y' - 2\frac{y}{x} = x^2, \quad y(1) = 2.$$

(b)

$$y'' - 7y' + 12y = 1, \quad y(0) = y'(0) = 0.$$

2. Resolva as equações de diferenças abaixo:

(a)

$$y_{n+1} - 2y_n = n, \quad y_0 = 0.$$

(b)

$$y_{n+2} + 5y_{n+1} + 6y_n = 0, \quad y_0 = 0, y_1 = 1.$$

3. Considere os quatro campos de direções desenhados na próxima página. Eles correspondem a equações diferenciais da forma $y' = f(x, y)$. Cada desenho mostra o quadrado de vértices $(\pm 2, \pm 2)$ e o centro de cada desenho é a origem do plano xy . Considere também as seguintes oito equações diferenciais.

1. $y' = x + y$

2. $y' = x - y$

3. $y' = x/y$

4. $y' = -x/y$

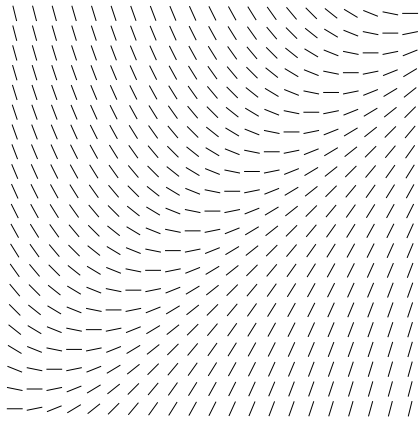
5. $y' = y/x$

6. $y' = -y/x$

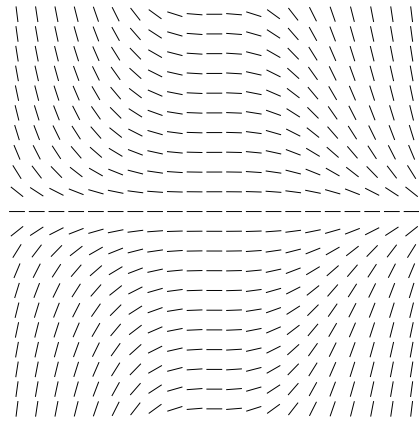
7. $y' = x^2 + y^2$

8. $y' = -x^2y$

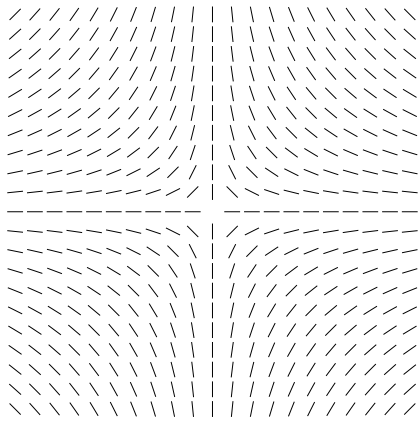
Cada um dos quatro desenhos corresponde a uma das oito equações dadas. Identifique as correspondências.



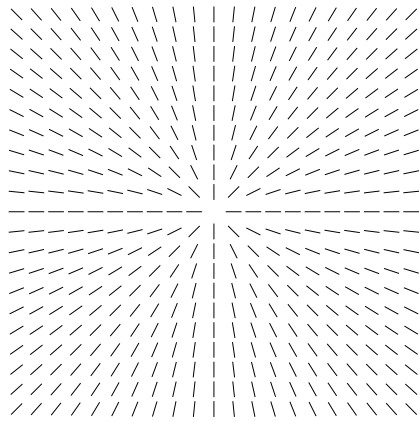
(a)



(b)



(c)



(d)

4. A função $y_p(t) = t^{20}$ é solução da equação

$$y'' - 4y' + 5y = h(t).$$

- (a) Encontre a função $h(t)$.
- (b) Resolva o problema de valor inicial

$$y'' - 4y' + 5y = h(t), \quad y(0) = 1, y'(0) = 0.$$