

P2 de Equações diferenciais e de diferenças

MAT 1154 — 2005.1

Data: 14 de maio de 2005

Nome: _____ Matrícula: _____

Assinatura: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Nota	Revisão
1a	2.0		
1b	2.0		
2	2.0		
3	2.0		
4	2.0		
Total	10.0		

Instruções

- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- A prova pode ser resolvida a lápis ou a caneta.
- Você tem direito a uma folha de consulta.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Resolva os problemas de valor inicial abaixo:

(a)

$$y_1' = 4y_1 - 2y_2, \quad y_2' = 2y_1 + 4y_2, \quad y_1(0) = 4, \quad y_2(0) = 3.$$

(b)

$$y_1' = 2y_1 + 3y_2, \quad y_2' = 4y_2, \quad y_1(0) = 5, \quad y_2(0) = 7.$$

2. Resolva o sistema de equações de diferenças abaixo:

$$a_{n+1} = 3a_n - b_n, \quad b_{n+1} = a_n + b_n, \quad a_0 = 1, \quad b_0 = 0.$$

3. Considere os quatro diagramas de fase desenhados na próxima página. Cada um deles mostra as curvas $(y_1(t), y_2(t))$ onde $y = (y_1, y_2)$ são soluções da equação $y' = Ay$ para alguma matriz 2×2 real A . As seis matrizes encontram-se entre as oito opções abaixo.

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

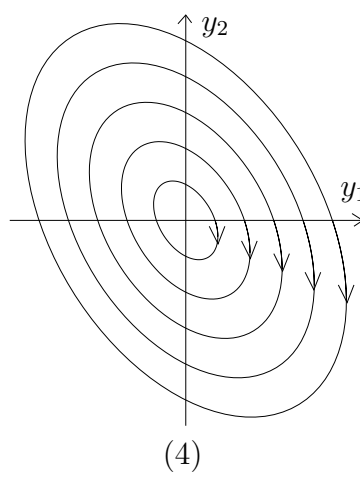
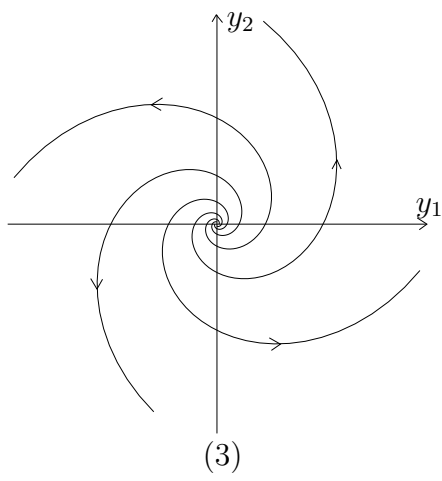
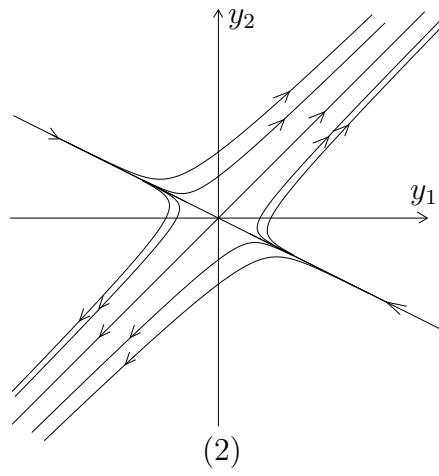
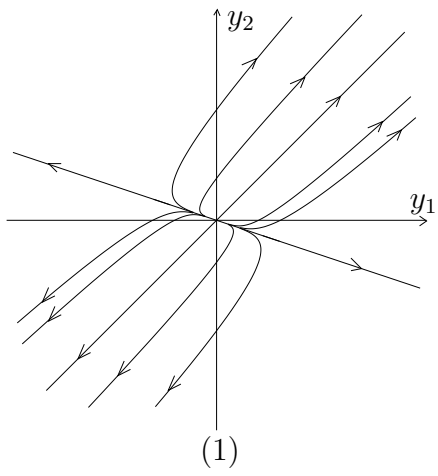
(e) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

(f) $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

(g) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

(h) $\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

Para cada um dos diagramas, identifique a matriz correspondente.



4. As funções $y_1, y_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ satisfazem

$$\begin{pmatrix} y_1'(t) \\ y_2'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix}, \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Dado que $y_1(0) = 1$, calcule $y_2(0)$.