

P1 de Equações diferenciais e de diferenças

MAT 1154 — 2006.1

Data: 1 de abril de 2006

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Nota	Revisão
1a	2.5		
1b	2.5		
1c	2.5		
2a	2.5		
2b	2.5		
3a	1.0		
3b	1.5		
Total	10.0		

### Instruções

- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- A prova pode ser resolvida a lápis ou a caneta.
- Você tem direito a uma folha de consulta.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Resolva **dois dentre os três** problemas de valor inicial abaixo, isto é, encontre a função  $y(x)$  que satisfaz a equação diferencial e as condições iniciais dadas.

(a)

$$y' = e^{x+y}, \quad y(0) = 1.$$

(b)

$$y' - 2xy = x, \quad y(0) = 0.$$

(c)

$$y'' - 6y' + 10y = e^{-x}, \quad y(0) = y'(0) = 0.$$

2. Resolva **uma das duas** equações de diferenças abaixo.

(a)

$$y_{n+1} - \frac{n+1}{n} y_n = \frac{1}{n}, \quad y_1 = 3 \quad (n \geq 1)$$

(Dica: pode ajudar calcular  $y_n$ ,  $n = 1, 2, \dots, 5$ ; lembre-se que a sua resposta deve ser justificada.)

(b)

$$y_{n+2} - 2y_{n+1} - 3y_n = 1, \quad y_0 = 0, y_1 = 1.$$

3. Sabemos que as funções  $y_1(x) = \cos x + e^x$  e  $y_2(x) = \cos x - e^{-x}$  são soluções da equação diferencial linear

$$y' + a(x)y = b(x).$$

- (a) Encontre uma solução não trivial da equação homogênea associada

$$y'_h + a(x)y_h = 0.$$

- (b) Resolva o problema de valor inicial

$$y' + a(x)y = b(x), \quad y(0) = 1.$$