

P3 de Equações diferenciais e de diferenças

MAT 1154 — 2006.1

Data: 24 de junho de 2006

Nome: _____ Matrícula: _____

Assinatura: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	3.0		
2a	0.8		
2b	0.8		
2c	0.7		
2d	0.7		
3a	1.0		
3b	1.0		
4a	1.0		
4b	1.0		
Total	10.0		

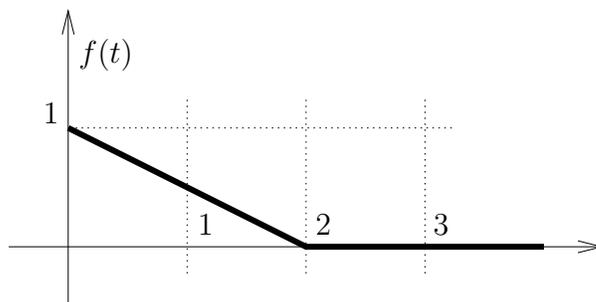
Instruções

- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- A prova pode ser resolvida a lápis ou a caneta.
- Você tem direito a uma folha de consulta.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Resolva o problema de valor inicial abaixo:

$$y''(t) + 4y'(t) + 5y(t) = f(t), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

onde f tem o gráfico abaixo:



2. Considere o problema de valor inicial abaixo:

$$y''(t) - (4t^2 - 2)y(t) = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

Considere ainda a expansão em série de potências da solução:

$$y = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + \cdots + a_nt^n + \cdots .$$

- (a) Encontre uma equação de diferenças relacionando os coeficientes a_n .
- (b) Encontre a_n para $n < 12$.
- (c) A partir dos valores para a_n encontrados no item anterior, faça uma conjectura para o valor de a_n (em função de n). Verifique a sua conjectura usando a equação de diferenças do item (a).
- (d) Identifique a função y (isto é, dê uma fórmula explícita e elementar para y em função de t).

3. Em cada um dos itens abaixo é dada uma função F . Encontre f , a transformada de Laplace inversa de F .

(a)

$$F(s) = \frac{1}{s^3 - 4s}$$

(b)

$$F(s) = \frac{e^{-2s}}{(s-1)^3}$$

4. Em cada um dos itens abaixo é dada uma função f . Calcule a transformada de Laplace F de cada uma destas funções.

(a)

$$f(t) = \int_0^t (t - \tau)^3 \operatorname{sen}(2\tau) d\tau$$

(b)

$$f(t) = |1 - t^2|.$$