

P3 de Equações diferenciais e de diferenças

MAT 1154 — 2006.2

Data: 25 de novembro de 2006

Nome: _____ Matrícula: _____

Assinatura: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	3.0		
2a	1.2		
2b	1.2		
2c	0.6		
3a	1.0		
3b	1.0		
4a	1.0		
4b	1.0		
Total	10.0		

Instruções

- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- A prova pode ser resolvida a lápis ou a caneta.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Resolva o problema de valor inicial abaixo:

$$y''(t) + 4y(t) = f(t), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

onde

$$f(t) = \begin{cases} \text{sen } t, & 0 \leq t \leq \pi \\ 0, & t \geq \pi. \end{cases}$$

2. Considere o problema de valor inicial abaixo:

$$y''(t) + (1 + t^2)y(t) = \frac{1}{1 - t^2}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

Considere ainda a expansão em série de potências da solução:

$$y = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + \cdots + a_nt^n + \cdots .$$

- (a) Encontre uma equação de diferenças relacionando os coeficientes a_n .
- (b) Encontre a_n para $n < 12$.
- (c) Diga se o ponto $t = 0$ é ponto de mínimo local de y .

3. Em cada um dos itens abaixo é dada uma função F . Encontre f , a transformada de Laplace inversa de F .

(a)

$$F(s) = \frac{s - 1}{s^3 - 6s^2 + 13s}$$

(b)

$$F(s) = \frac{s}{(s - 2)^4}$$

4. Em cada um dos itens abaixo é dada uma função f . Calcule a transformada de Laplace F de cada uma destas funções.

(a)

$$f(t) = |t - 1|$$

(b) A função f tem o gráfico abaixo:

