

P2 de Equações diferenciais e de diferenças

MAT 1154 — 2007.1

Data: 12 de maio de 2007

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Nota	Revisão
1a	2.0		
1b	2.0		
2	2.0		
3	2.0		
4a	1.0		
4b	1.0		
Total	10.0		

### Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- Não destaque as folhas da prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou caneta preta. Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Resolva os problemas de valor inicial abaixo:

(a)

$$\mathbf{y}' - A\mathbf{y} = b(t), \quad A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b(t) = \begin{pmatrix} -4t + 1 \\ -t \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(b)

$$y_1' = 3y_1 - 2y_2, \quad y_2' = 2y_1 + 3y_2, \quad y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = 0.$$

2. Resolva o sistema de equações de diferenças abaixo:

$$a_{n+1} = 4a_n + 4b_n + 7, \quad b_{n+1} = a_n + 4b_n + 4, \quad a_0 = 1, \quad b_0 = -2.$$

3. Considere os quatro diagramas de fase desenhados na próxima página. Cada um deles mostra as curvas  $(y_1(t), y_2(t))$  onde  $y = (y_1, y_2)$  são soluções da equação  $y' = Ay$  para alguma matriz  $2 \times 2$  real  $A$ . As quatro matrizes encontram-se entre as oito opções abaixo.

(a)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

(b)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(c)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$

(d)  $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

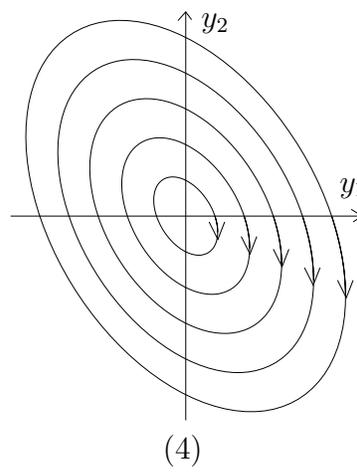
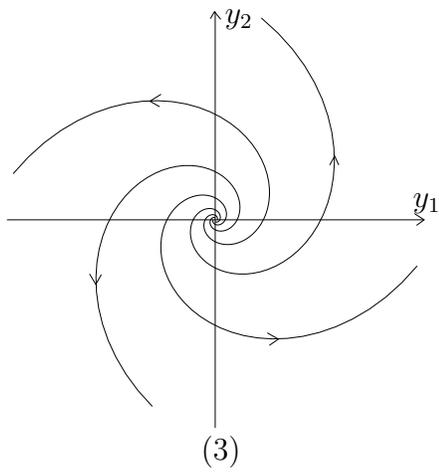
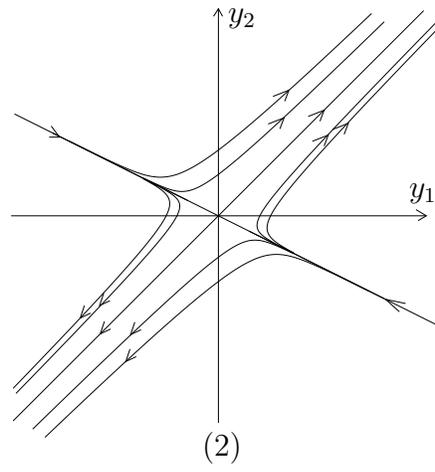
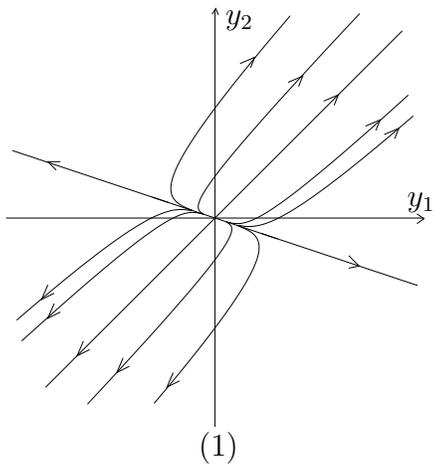
(e)  $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

(f)  $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

(g)  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

(h)  $\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

Para cada um dos diagramas, identifique a matriz correspondente.



4. Diga se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa; justifique brevemente.

(a) Sejam  $A_1$  e  $A_2$  matrizes reais  $2 \times 2$ . Se  $\exp(A_1) = \exp(A_2)$  então  $A_1 = A_2$ .

(b) Sejam  $A_1$  e  $A_2$  matrizes reais  $2 \times 2$ . Se  $\exp(tA_1) = \exp(tA_2)$  para todo  $t$  real com  $-1 < t < 1$  então  $A_1 = A_2$ .