

P3 de Equações diferenciais e de diferenças

MAT 1154 — 2007.1

Data: 16 de junho de 2007

Nome: _____ Matrícula: _____

Assinatura: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Nota	Revisão
1a	2.0		
1b	1.0		
2a	1.0		
2b	1.0		
2c	1.0		
3a	1.0		
3b	1.0		
4a	1.0		
4b	1.0		
Total	10.0		

Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- Não destaque as folhas da prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou caneta preta. Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Seja y a solução do problema de valor inicial abaixo:

$$y''(t) + y'(t) = f(t), \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 0$$

onde

$$f(t) = \begin{cases} \text{sen}(t) + \cos(t), & 0 \leq t < \pi/2 \\ 0, & t \geq \pi/2. \end{cases}$$

(a) Calcule $y(t)$.

(b) Calcule $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t)$.

2. Considere o problema de valor inicial abaixo:

$$y''(t) + (2 + t)y(t) = \frac{e^t - 1}{t}, \quad y(0) = \frac{1}{2}, \quad y'(0) = 0.$$

Considere ainda a expansão em série de potências da solução:

$$y = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + \cdots + a_nt^n + \cdots .$$

- (a) Encontre uma equação de diferenças relacionando os coeficientes a_n .
- (b) Encontre a_n para $n \leq 6$.
- (c) Calcule

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{ty'(t)}{y(t) - y(0)}.$$

3. Em cada um dos itens abaixo é dada uma função F . Encontre f , a transformada de Laplace inversa de F .

(a)

$$F(s) = \frac{e^{-3s}}{s^4 - 16}$$

(b)

$$F(s) = \frac{s - 2}{(s - 4)^5}$$

4. Em cada um dos itens abaixo é dada uma função f . Calcule a transformada de Laplace F de cada uma destas funções.

(a)

$$f(t) = \int_0^t \cos(\tau) \operatorname{sen}(t - \tau) d\tau$$

(b) A função f tem o gráfico abaixo (a curva é um arco de parábola com vértice no ponto $(2, 1)$):

