

P3 de Equações diferenciais e de diferenças

MAT 1154 — 2007.2

Data: 24 de novembro de 2007

Nome: _____ Matrícula: _____

Assinatura: _____ Turma: _____

| Questão | Valor | Nota | Revisão |
|---------|-------|------|---------|
| 1a | 2.0 | | |
| 1b | 1.0 | | |
| 2a | 1.0 | | |
| 2b | 1.0 | | |
| 2c | 1.0 | | |
| 3a | 1.0 | | |
| 3b | 1.0 | | |
| 4a | 1.0 | | |
| 4b | 1.0 | | |
| Total | 10.0 | | |

Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- Não destaque as folhas da prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou caneta preta. Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Seja y a solução do problema de valor inicial abaixo:

$$y''(t) + 4y(t) = f(t), \quad y(0) = \pi/4, \quad y'(0) = 0$$

onde

$$f(t) = \begin{cases} \pi - t, & 0 \leq t < \pi \\ 0, & t \geq \pi. \end{cases}$$

- (a) Calcule $y(t)$.
- (b) Faça um esboço do gráfico de $y(t)$.

2. Considere o problema de valor inicial abaixo:

$$y''(t) + \left(1 + \frac{t^2}{2}\right)y(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

Considere ainda a expansão em série de potências da solução:

$$y = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + \cdots + a_nt^n + \cdots .$$

- (a) Encontre uma equação de diferenças relacionando os coeficientes a_n .
- (b) Encontre a_n para $n < 10$.
- (c) Diga se o ponto $t = 0$ é ponto de mínimo local de $y(t)$.

3. Em cada um dos itens abaixo é dada uma função F . Encontre f , a transformada de Laplace inversa de F .

(a)

$$F(s) = \frac{e^{-2s}}{s^3 + 4s^2 + 5s}$$

(b)

$$F(s) = \frac{s - 1}{(s - 3)^4}$$

4. Em cada um dos itens abaixo é dada uma função f . Calcule a transformada de Laplace F de cada uma destas funções.

(a)

$$f(t) = |1 - t|.$$

(b) A função f tem o gráfico abaixo:

