

P1 de Equações diferenciais e de diferenças

MAT 1154 — 2008.1

Data: 5 de abril de 2008

Nome: _____ Matrícula: _____

Assinatura: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Nota	Revisão
1a	2.0		
1b	2.0		
2a	1.0		
2b	1.0		
2b	1.0		
3a	1.0		
3b	1.0		
4	1.0		
Total	10.0		

Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- Não destaque as folhas da prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou preta. Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Resolva os problemas de valor inicial abaixo, isto é, encontre a função $y(x)$ que satisfaz a equação diferencial e as condições iniciais dadas.

(a)

$$y' - \frac{x+1}{x}y = x, \quad y(1) = 0.$$

(b)

$$y'' + 6y' + 25y = 25x + 31, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

2. Considere a equação de diferenças abaixo:

$$y_{n+2} + y_{n+1} - y_n = 0.$$

- (a) Encontre a solução geral da equação.
- (b) Diga se existe solução com $y_0 = 1$ e $y_n > 0$ para todo inteiro $n > 0$; se existir, determine os possíveis valores de y_1 .
- (c) Diga se existe solução com $y_0 = -1$ e $y_n > 0$ para todo inteiro $n > 0$; se existir, determine os possíveis valores de y_1 .

3. Considere a equação de diferenças abaixo:

$$y_{n+1} + \frac{(y_n)^2}{3} = \frac{7}{3}, \quad y_0 = \sqrt{10}.$$

- (a) Calcule y_n para $n = 1, 2, \dots, 5$.
- (b) Calcule y_{2008} .

4. Obtenha uma equação diferencial linear de primeira ordem (i.e., uma equação da forma $y'(x) + a(x)y(x) = b(x)$) que admita as duas seguintes soluções:

$$y_1(x) = x, \quad y_2(x) = e^x.$$