

P3 de Equações diferenciais e de diferenças

MAT 1154 — 2008.1

Data: 19 de junho de 2008

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Nota	Revisão
1a	2.0		
1b	1.0		
2a	1.0		
2b	1.0		
2c	1.0		
3a	1.0		
3b	1.0		
4a	1.0		
4b	1.0		
Total	10.0		

### Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- Não destaque as folhas da prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou caneta preta. Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Seja  $y$  a solução do problema de valor inicial abaixo:

$$y''(t) + 9y(t) = \delta_\pi(t), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

- (a) Calcule  $y(t)$ .
- (b) Esboce o gráfico de  $y(t)$ .

2. Considere o problema de valor inicial abaixo:

$$y''(t) + 2ty'(t) + y(t) = \frac{1}{1-t^2}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

Considere ainda a expansão em série de potências da solução:

$$y = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + \cdots + a_nt^n + \cdots .$$

- (a) Encontre uma equação de diferenças relacionando os coeficientes  $a_n$ .
- (b) Encontre  $a_n$  para  $n \leq 6$ .
- (c) Calcule

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{y''(t) - t^2}{y(t) - 1}.$$

3. Em cada um dos itens abaixo é dada uma função  $F$ . Encontre  $f$ , a transformada de Laplace inversa de  $F$ .

(a)

$$F(s) = \frac{1}{s^3 - 8}$$

(b)

$$F(s) = \frac{e^{-2s} - e^{-4s}}{2s}$$

4. Em cada um dos itens abaixo é dada uma função  $f$ . Calcule a transformada de Laplace  $F$  de cada uma destas funções.

(a)

$$f(t) = \int_0^t \tau^2 (t - \tau)^2 d\tau$$

(b)

$$f(t) = \begin{cases} e^{(1-t)} - 1, & 0 \leq t \leq 1, \\ 0, & t \geq 1. \end{cases}$$