

P4 de Equações diferenciais e de diferenças

MAT 1154 — 2008.1

Data: 26 de junho de 2008

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Nota	Revisão
1a	2.0		
1b	2.0		
1c	1.5		
2a	1.0		
2b	0.5		
2c	1.0		
3	2.0		
Total	10.0		

### Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- Não destaque as folhas da prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou caneta preta. Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Resolva os problemas de valor inicial abaixo:

(a)

$$y''(t) - 5y'(t) + 6y(t) = \begin{cases} 6, & 0 \leq t \leq 2, \\ 0, & t \geq 2, \end{cases}$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

(b)

$$y''(t) - 6y'(t) + 9y(t) = 2e^{3t}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 4.$$

(c)

$$y'(t) - Ay(t) = 0, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad y(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

2. Seja  $(y_n)$  a seqüência definida por

$$y_{n+2} = n + 1 - y_{n+1} - y_n, \quad y_0 = 0, \quad y_1 = 0.$$

- (a) Encontre uma fórmula para  $y_n$ .
- (b) Calcule  $y_n$  para  $n \leq 6$ .
- (c) Calcule  $y_{2008}$ ; simplifique sua resposta.

3. Seja  $y(t)$  a função suave definida por

$$(e^t - 1)y(t) = t.$$

Encontre os coeficientes  $a_k$  da expansão de  $y(t)$  em série de potências

$$y(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \cdots + a_k t^k + \cdots$$

para  $k = 0, 1, 2, 3$ .