

Teste 4 de Equações diferenciais e de diferenças

Laboratório — Maple

MAT 1154 — 2009.1

Data: 8 de julho de 2009

Nome: _____ Matrícula: _____

Assinatura: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Nota	Revisão
1a	0.5		
1b	0.5		
1c	0.5		
2a	0.5		
2b	0.5		
3a	0.5		
3b	0.5		
Total	3.5		

Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou preta.
Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Você pode usar qualquer versão de maple.
Dentro do maple você pode usar qualquer biblioteca ou função.
O uso de outros programas é permitido mas não é encorajado.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Seja y a solução do problema de valor inicial abaixo:

$$y''(t) + e^t y(t) = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

- (a) Diga se existe $t > 0$ com $y(t) = 0$. Se existir, encontre o valor aproximado de tal t com módulo mínimo.
- (b) Diga se existe $t < 0$ com $y(t) = 0$. Se existir, encontre o valor aproximado de tal t com módulo mínimo.
- (c) Calcule $y^{(k)}(0)$ para $k \leq 7$.

2. Considere o sistema de equações diferenciais:

$$\begin{aligned}y_1'(t) &= -y_2(t) + y_1(t)(1 - (y_1(t))^2 - (y_2(t))^2), \\y_2'(t) &= y_1(t) + y_2(t)(1 - (y_1(t))^2 - (y_2(t))^2).\end{aligned}$$

Diga se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas; justifique.

- (a) Se $y_1(0) = y_2(0) = 1$ então $\lim_{t \rightarrow +\infty} y_1(t) = 0$.
- (b) O sistema admite pelo menos uma solução periódica não constante.

3. Seja (a_n) a sequência definida pela equação de diferenças

$$a_{n+1} = \frac{a_n}{(2n+1)(2n+2)}, \quad a_0 = 1.$$

Seja

$$y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \cdots + a_n t^n + \cdots .$$

(a) Calcule o valor aproximado de

$$a_0 - 2a_1 + 4a_2 - 8a_3 + \cdots + (-2)^k a_k + \cdots .$$

(b) Diga se a função y é crescente de \mathbb{R} em \mathbb{R} ; justifique.