Teste 1 de Equações diferenciais e de diferenças
Laboratório — Maple
MAT 1154 — 2011.2
Data: 16 de setembro de 2011 — 17:00

Nome:________________________ Matrícula:__________
Assinatura:________________________ Turma:__________

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	1.0		
2a	0.5		
2b	0.5		
3	1.0		
Total	3.0		

Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou preta.
  Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Você pode usar qualquer versão de maple.
  Dentro do maple você pode usar qualquer biblioteca ou função.
  O uso de outros programas é permitido mas não é encorajado.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Resolva o problema de valor inicial

$$t^3 y''' + 3t^2 y'' - 6ty' + 6y = t,$$
$$y(1) = 1, \quad y'(1) = 0, \quad y''(1) = 0.$$

Solução:

Usando o comando

```
dsolve({t^3*(diff(y(t), t, t, t))
+3*t^2*(diff(y(t), t, t))-6*t*(diff(y(t), t))+6*y(t) = t,
y(1) = 1, (D(y))(1) = 0, (D(D(y)))(1) = 0});
```

descobrimos que

$$y(t) = -\frac{1}{4}\ln(t)\,t + \frac{21}{16}\,t - \frac{2}{5}\,t^2 + \frac{7}{80}\,t^{-3}.$$

2. Considere a equação diferencial abaixo:

$$y'(x) - (y(t))^2 + y(t) + t^2 = 0. \qquad (*)$$

Diga se as afirmações são verdadeiras ou falsas; justifique usando o computador e indique o que você fez.

(a) Toda solução de $(*)$ é globalmente definida (isto é, definida para todo valor real de t).

(b) Existe uma solução de $(*)$ globalmente definida e estritamente decrescente.

Solução:

Podemos fazer um esboço do campo de direções e dos gráficos de algumas soluções com o comando abaixo:

```
DEplot(diff(y(t), t)-y(t)^2+y(t)+t^2, y(t),
t = -8 .. 8, y = -7 .. 8,
[[y(0) = 1], [y(0) = 0], [y(0) = 2], [y(0) = -1],
[y(-5) = -5], [y(5) = 6], [y(0) = 1/2]]);
```

O gráfico (no arquivo em anexo) indica que:

(a) A solução $y(t)$ com condição inicial $y(0) = 2$ tende a infinito em tempo finito e não está definida para $t > 1$. Assim, a primeira afirmação é **falsa**.

(b) A solução $y(t)$ com condição inicial $y(0) = 0$ está globalmente definida e é estritamente decrescente. Assim, a segunda afirmação é **verdadeira**.

3. Seja $y(n)$ a sequência definida por

$$y(n+2) = (n+1)\, y(n+1) + y(n), \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 1.$$

Encontre n_0, o menor inteiro positivo para o qual $y(n_0) > 10^9$.
Calcule $y(n_0)$.

Solução:

O comando

```
yy[0] := 0; yy[1] := 1;
for i from 0 to 20 do
yy[i+2] := (i+1)*yy[i+1]+yy[i];
end do;
```

calcula os valores de $y(n)$ para $0 \leq n \leq 22$. Com isso aprendemos que o primeiro termo maior do que 10^9 corresponde a $n_0 = 13$ com $y(13) = 1004933203$.