

P3 de Equações diferenciais e de diferenças

MAT 1154 — 2011.2

Data: 21 de novembro de 2011

Nome: _____ Matrícula: _____

Assinatura: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Nota	Revisão
1a	0.8		
1b	0.8		
2a	0.8		
2b	0.8		
3a	0.7		
3b	0.7		
3c	0.8		
4a	0.8		
4b	0.8		
Prova	7.0		
Teste	3.0		
Nota final	10.0		

Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- Não destaque as folhas da prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou preta. Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Diga se as séries abaixo são convergentes ou divergentes; justifique.

(a)

$$\sum_{n \geq 0} \frac{(n!)^2}{(2n)!} = 1 + \frac{(1!)^2}{2!} + \frac{(2!)^2}{4!} + \frac{(3!)^2}{6!} + \dots$$

(b)

$$\begin{aligned} & \sum_{n \geq 1} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{\sqrt{n}} = \\ &= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{0}}{\sqrt{1}} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{1}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{4} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \dots \end{aligned}$$

2. Calcule o termo geral da expansão em série de potências de cada uma das funções abaixo (ao redor de $x = 0$).

(a)

$$y = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x}, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0. \end{cases}$$

(b)

$$y = \int_0^x \frac{1}{t^2 - 5t + 6} dt$$

3. Considere o problema de valor inicial abaixo:

$$y''(t) + 2ty'(t) - y(t) = 1, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

Considere ainda a expansão em série de potências da solução:

$$y = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + \cdots + a_nt^n + \cdots .$$

- (a) Encontre uma equação de diferenças relacionando os coeficientes a_n .
- (b) Encontre a_n para $n \leq 6$.
- (c) Calcule

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{y(2t) - 1}{y(t) - 1}.$$

4. Considere a equação de diferenças abaixo:

$$a_{k+2} = \frac{a_{k+1} + 2a_k}{k+2}, \quad a_0 = 1, \quad a_1 = 1.$$

- (a) Calcule $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_kx^k + \cdots$.
- (b) Calcule $a_0 + 3a_1 + 5a_2 + \cdots + (2k+1)a_k + \cdots$.