

Teste 3 de Equações diferenciais e de diferenças

Laboratório — Maple

MAT 1154 — 2011.2

Data: 21 de novembro de 2011 — 18:00-18:50

Nome: _____ Matrícula: _____

Assinatura: _____ Turma: _____

Número da máquina: _____ Sala: _____

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	1.5		
2	1.5		
Total	3.0		

Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou preta.
Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Recomenda-se usar o Maple 11 (mas é permitido usar qualquer versão).
Dentro do maple você pode usar qualquer biblioteca ou função.
O uso de outros programas é permitido mas não é encorajado.
- Salve a sua seção Maple no drive N com o seguinte nome:
[Seu nome]_[matrícula].
- As respostas devem ser escritas (ou transcritas) no papel,
sempre com justificativa.
O arquivo da seção Maple deve ser encarado como um anexo.

1. Seja $y(t)$ a função definida pelo problema de valor inicial abaixo:

$$y''(t) + y(t) = \tan(t), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

Calcule $y^{(7)}(0)$.

Solução:

A solução do pvi é

$$y(t) = 2 \operatorname{sen}(t) - \cos(t) \ln((1 + \operatorname{sen}(t))/\cos(t))$$

e temos $y^{(7)}(0) = 14$. Os comandos abaixo determinam (de mais de uma forma) que $a_7 = 1/360$: temos $y^{(7)}(0) = 7!/360 = 14$.

```
dsolve(diff(y(t), t, t)+y(t) = tan(t),  
y(0) = 0, (D(y))(0) = 1, y(t));  
taylor(rhs(%), t, 8);  
Order := 10;  
dsolve(diff(y(t), t, t)+y(t) = tan(t),  
y(0) = 0, (D(y))(0) = 1, y(t), series);  
(1/360)*factorial(7);
```

2. Seja

$$f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^k}{1+k^2}$$
$$= 1 + \frac{t}{1+1^2} + \frac{t^2}{1+2^2} + \cdots + \frac{t^n}{1+n^2} + \cdots .$$

Calcule o valor aproximado de $f'(1/2)$
(seu erro deve ser menor do que $10^{(-3)}$).

Solução:

Temos $f'(1/2) \approx 0.82543317$: os comandos abaixo mostram algumas maneiras de resolver o problema.

```
ym := sum(t**k/(1+k**2), k = 0 .. infinity);  
evalf(subs(t = 1/2, diff(ym, t)));  
evalf(Sum(k*(1/2)**(k-1)/(1+k**2), k = 1 .. infinity));  
evalf(add(k*(1/2)**(k-1)/(1+k**2), k = 1 .. 20));
```