

Teste 3 de Equações diferenciais e de diferenças

Laboratório — Maple

MAT 1154 — 2011.2

Data: 21 de novembro de 2011 — 18:00-18:50

Nome: _____ Matrícula: _____

Assinatura: _____ Turma: _____

Número da máquina: _____ Sala: _____

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	1.5		
2	1.5		
Total	3.0		

Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou preta.
Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Recomenda-se usar o Maple 11 (mas é permitido usar qualquer versão).
Dentro do maple você pode usar qualquer biblioteca ou função.
O uso de outros programas é permitido mas não é encorajado.
- Salve a sua seção Maple no drive N com o seguinte nome:
[Seu nome]_[matrícula].
- As respostas devem ser escritas (ou transcritas) no papel,
sempre com justificativa.
O arquivo da seção Maple deve ser encarado como um anexo.

1. Seja $y(t)$ a função definida pelo problema de valor inicial abaixo:

$$y''(t) - y(t) = \frac{2t}{e^t + e^{-t}}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

Calcule $y^{(7)}(0)$.

Solução:

A solução do pvi é

$$y(t) = \frac{\exp(-t)(-1 + \ln(2))}{2} + \frac{\exp(t)(1 + \ln(2))}{2} + \frac{-\ln(e^{2t} + 1) - e^{2t} \ln(e^{2t} + 1) + 2te^{2t}}{2} e^{-t}$$

e temos $y^{(7)}(0) = 1$. Os comandos abaixo determinam (de mais de uma forma) que $a_7 = 1/5040$: temos $y^{(7)}(0) = 7!/5040 = 1$.

```
dsolve(diff(y(t), t, t)-y(t) = 2/(exp(t)+exp(-t)),
y(0) = 0, (D(y))(0) = 1, y(t));
taylor(rhs(%), t, 8);
Order := 10;
dsolve(diff(y(t), t, t)-y(t) = 2/(exp(t)+exp(-t)),
y(0) = 0, (D(y))(0) = 1, y(t), series);
(1/5040)*factorial(7);
```

2. Seja

$$f(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{t^k}{k^3}$$
$$= t + \frac{t^2}{2^3} + \cdots + \frac{t^n}{n^3} + \cdots .$$

Calcule o valor aproximado de $f''(1/3)$
(seu erro deve ser menor do que $10^{(-3)}$).

Solução:

Temos $f''(1/3) \approx 0.35326690$: os comandos abaixo mostram algumas maneiras de resolver o problema.

```
yn := sum(t**k/k**3, k = 1 .. infinity);  
evalf(subs(t = 1/3, diff(yn, t, t)));  
evalf(Sum(k*(k-1)*(1/3)**(k-2)*1/k**3, k = 1 .. infinity));  
evalf(add(k*(k-1)*(1/3)**(k-2)*1/k**3, k = 1 .. 20));
```