

P4 de Equações diferenciais e de diferenças

MAT 1154 — 2011.2

Data: 29 de novembro de 2011

Nome: _____ Matrícula: _____

Assinatura: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Nota	Revisão
1a	1.0		
1b	1.0		
1c	1.0		
2a	1.0		
2b	1.0		
3a	0.5		
3b	0.5		
3c	1.0		
Prova	7.0		
Teste	3.0		
Nota final	10.0		

Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- Não destaque as folhas da prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou preta. Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Resolva os problemas de valor inicial abaixo:

(a)

$$2yy' + \cos t = 1, \quad y(\pi) = 1.$$

(b)

$$y'' + 11y' + 24y = e^{-t}, \quad y(0) = y'(0) = 0.$$

(c)

$$y_1' = 7y_1 - 2y_2, \quad y_2' = 2y_1 + 3y_2, \quad y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = 1.$$

2. Considere o sistema de equações de diferenças abaixo:

$$\mathbf{y}(n+1) - A\mathbf{y}(n) = \mathbf{b}(n), \quad \mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix},$$
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}(n) = \begin{pmatrix} -1 + (-1)^n \\ 1 - 3(-1)^n \end{pmatrix}.$$

- (a) Resolva o sistema.
- (b) Calcule $\mathbf{y}(16)$ (simplifique sua resposta ao máximo).

3. Considere o problema de valor inicial abaixo:

$$y''(t) + \frac{y(t)}{1-t^2} = 1, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

Considere ainda a expansão em série de potências da solução:

$$y = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + \cdots + a_nt^n + \cdots .$$

- (a) Encontre uma equação de diferenças relacionando os coeficientes a_n .
- (b) Encontre a_n para $n \leq 6$.
- (c) Seja

$$g(t) = \sqrt{1 - y(t)};$$

calcule $g'(0)$, $g''(0)$ e $g^{(3)}(0)$.