

Teste 4 de Equações diferenciais e de diferenças

Laboratório — Maple

MAT 1154 — 2011.2

Data: 28 de novembro de 2011 — 18:00-18:50

Nome: _____ Matrícula: _____

Assinatura: _____ Turma: _____

Número da máquina: _____ Sala: _____

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	1.0		
2a	0.5		
2b	0.5		
3	1.0		
Total	3.0		

Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou preta. Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Recomenda-se usar o Maple 11 (mas é permitido usar qualquer versão). Dentro do maple você pode usar qualquer biblioteca ou função. O uso de outros programas é permitido mas não é encorajado.
- Salve a sua seção Maple no drive N com o seguinte nome: [Seu nome]_[matrícula].
- As respostas devem ser escritas (ou transcritas) no papel, sempre com justificativa. O arquivo da seção Maple deve ser encarado como um anexo.

1. Considere a equação de diferenças:

$$\begin{aligned}y(n+1) &= (y(0))^2 + (y(1))^2 + \cdots + (y(n-1))^2 + (y(n))^2 \\ &= \sum_{0 \leq k \leq n} (y(k))^2,\end{aligned}$$

$$y(0) = 1, \quad y(1) = 1.$$

Calcule $y(20)$.

2. Considere o sistema de equações diferenciais abaixo:

$$\begin{aligned}y_1'(t) &= -(y_2(t))^3 + y_2(t), \\y_2'(t) &= y_1(t).\end{aligned}$$

Diga se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa; justifique.

(a) Existe uma solução não constante e periódica.

(b) Todas as soluções periódicas não constantes têm o mesmo período.

(Sugestão: faça um esboço do diagrama de fase.

Lembre que uma solução $\mathbf{y}(t) = (y_1(t), y_2(t))$ é periódica se existe $T > 0$ tal que, para todo t , $\mathbf{y}(t + T) = \mathbf{y}(t)$; o menor número positivo T com esta propriedade é chamado de período.)

3. Seja

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^k}{2^{k^2}} \\ &= \frac{1}{2^{0^2}} + \frac{t}{2^{1^2}} + \frac{t^2}{2^{2^2}} + \cdots + \frac{t^n}{2^{n^2}} + \cdots . \end{aligned}$$

Encontre o maior número real t para o qual $f(t) = 0$
(você deve determinar o valor de t com um erro menor do que $10^{(-3)}$).