

P1 de Equações diferenciais e de diferenças

MAT 1154 — 2012.1

Data: 12 de abril de 2012

Nome: _____ Matrícula: _____

Assinatura: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Nota	Revisão
1a	1.0		
1b	1.0		
2	1.0		
3a	1.0		
3b	1.0		
4a	1.0		
4b	1.0		
Prova	7.0		
Teste	3.0		
Nota final	10.0		

Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- Não destaque as folhas da prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou preta. Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Resolva os problemas de valor inicial abaixo, isto é, encontre a função $y(x)$ que satisfaz a equação diferencial e as condições iniciais dadas.

(a)

$$y'' + 10y' + 24y = e^{-6x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

(b)

$$y' - (1 + x^2)y = 2x^4 + 2x^2 - 4x, \quad y(0) = 1.$$

2. Encontre uma fórmula fechada para a soma abaixo:

$$1^2 2^1 + 2^2 2^2 + 3^2 2^3 + 4^2 2^4 + \cdots + n^2 2^n.$$

3. Seja $y(n)$ a sequência definida recursivamente por

$$y(n+2) - 4y(n+1) + 8y(n) = 5, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 2.$$

- (a) Encontre uma fórmula para $y(n)$.
- (b) Calcule $y(2012)$ (simplifique sua resposta ao máximo).

4. Sabe-se que a equação diferencial linear (não homogênea com coeficientes constantes)

$$y''(t) + a_1y'(t) + a_0y(t) = b(t)$$

admite as seguintes soluções:

$$y_{p,1}(t) = \frac{t^4 + 5t^2 + 1}{t^2 + 1},$$

$$y_{p,2}(t) = \frac{t^4 + 5t^2 + 1}{t^2 + 1} + te^{-2t}.$$

Resolva os problemas de valor inicial abaixo:

(a)

$$y''(t) + a_1y'(t) + a_0y(t) = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

(b)

$$y''(t) + a_1y'(t) + a_0y(t) = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$