P2 de Equações diferenciais e de diferenças
MAT 1154 — 2012.1
Data: 17 de maio de 2012

Nome:____________________________________ Matrícula:____________
Assinatura:________________________________ Turma:____________

Questão	Valor	Nota	Revisão
1a	1.0		
1b	1.0		
2	1.0		
3a	1.0		
3b	1.0		
4a	1.0		
4b	1.0		
Prova	7.0		
Teste	3.0		
Nota final	10.0		

Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- Não destaque as folhas da prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou preta.
  Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Resolva os problemas de valor inicial abaixo:

   (a)

$$\mathbf{y}' - A\mathbf{y} = b(t), \quad A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix},$$
$$b(t) = \begin{pmatrix} 5\cos(t) - \operatorname{sen}(t) \\ \cos(t) + 5\operatorname{sen}(t) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

(b)

$$y_1' = 4y_1 - 3y_2, \quad y_2' = 3y_1 - 2y_2, \quad y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = 0.$$

2. Resolva o sistema de equações de diferenças abaixo:

$$a(n+1) = -3a(n) + 12b(n) + 2^n, \quad b(n+1) = -4a(n) + 11b(n),$$
$$a(0) = 1, \quad b(0) = 0.$$

3. (a) Dê um exemplo de uma matriz real $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ e de uma função $\mathbf{y}(n) = (y_1(n), y_2(n))$ satisfazendo $\mathbf{y}(n+1) = A\mathbf{y}(n)$ para todo n e tal que

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{y_1(n) + y_2(n)}{n} = 4.$$

(b) Dê um exemplo de uma matriz real $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ e de uma função $\mathbf{y}(n) = (y_1(n), y_2(n))$ satisfazendo $\mathbf{y}(n+1) = A\mathbf{y}(n)$ para todo n e tal que

$$(y_1(n))^2 + y_1(n)y_2(n) - (y_2(n))^2 = 1, \qquad \lim_{n\to+\infty} y_1(n) = +\infty.$$

4. (a) Diga se existe uma equação diferencial da forma $\mathbf{y}'(t) = A\mathbf{y}(t)$ e uma solução $\mathbf{y}_1(t)$ satisfazendo $\mathbf{y}_1(0) = (1,1)$, $\mathbf{y}_1(1) = (2,3)$, $\mathbf{y}_1(2) = (5,8)$. Se existir dê exemplo; se não existir justifique a sua afirmação.

(b) Diga se existe uma equação diferencial da forma $\mathbf{y}'(t) = A\mathbf{y}(t)$ e uma solução $\mathbf{y}_1(t)$ satisfazendo $\mathbf{y}_1(0) = (1,0)$, $\mathbf{y}_1(1) = (1,1)$, $\mathbf{y}_1(2) = (3,2)$. Se existir dê exemplo; se não existir justifique a sua afirmação.