

P3 de Equações diferenciais e de diferenças

MAT 1154 — 2012.1

Data: 18 de junho de 2012

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Nota	Revisão
1a	0.8		
1b	0.8		
2a	0.8		
2b	0.8		
3a	0.7		
3b	0.7		
3c	0.8		
4a	0.8		
4b	0.8		
Prova	7.0		
Teste	3.0		
Nota final	10.0		

## Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- Não destaque as folhas da prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou preta. Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Diga se as séries abaixo são convergentes ou divergentes; justifique.

(a)

$$\sum_{n \geq 0} \frac{2^{(n^2+1)} + 1}{2^{(2^n+1)} + 1} = \frac{2^{(0^2+1)} + 1}{2^{(2^0+1)} + 1} + \frac{2^{(1^2+1)} + 1}{2^{(2^1+1)} + 1} + \frac{2^{(2^2+1)} + 1}{2^{(2^2+1)} + 1} + \dots$$

(b)

$$\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^{\frac{3}{2}} - (n-1)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{1^{\frac{3}{2}} - 0^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{2^{\frac{3}{2}} - 1^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{3^{\frac{3}{2}} - 2^{\frac{3}{2}}} + \dots$$

2. Calcule os termos pedidos da expansão em série de potências de cada uma das funções abaixo (ao redor de  $x = 0$ ).

(a)

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots = \begin{cases} \cot x - \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0; \end{cases}$$

calcule  $a_n$  para  $n \leq 4$ .

(b)

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots = \sqrt{1 + 2x};$$

calcule  $a_n$  para  $n \leq 4$ .

3. Considere o problema de valor inicial abaixo:

$$y''(t) + ty'(t) + 2y(t) = t, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

Considere ainda a expansão em série de potências da solução:

$$y = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + \cdots + a_nt^n + \cdots .$$

- (a) Encontre uma equação de diferenças relacionando os coeficientes  $a_n$ .
- (b) Encontre  $a_n$  para  $n \leq 6$ .
- (c) Calcule

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{y(2t)}{y(t)}.$$

4. Considere a equação de diferenças abaixo:

$$a_{k+1} = \frac{a_k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)!}, \quad a_0 = 0.$$

- (a) Calcule  $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_kx^k + \cdots$ .
- (b) Calcule  $a_1 + 2a_2 + \cdots + ka_k + \cdots$ .