

Teste 4 de Equações diferenciais e de diferenças

Laboratório — Maple

MAT 1154 — 2012.1

Data: 3 de julho de 2012 — 11:00-11:50

Nome: _____ Matrícula: _____

Assinatura: _____ Turma: _____

Número da máquina: _____ Sala: _____

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	1.0		
2a	0.5		
2b	0.5		
3	1.0		
Total	3.0		

Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou preta. Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Recomenda-se usar o Maple 11 (mas é permitido usar qualquer versão). Dentro do maple você pode usar qualquer biblioteca ou função. O uso de outros programas é permitido mas não é encorajado.
- Salve a sua seção Maple no drive N com o seguinte nome: [Seu nome]_[matrícula].
- As respostas devem ser escritas (ou transcritas) no papel, sempre com justificativa. O arquivo da seção Maple deve ser encarado como um anexo.

1. Seja $y(n)$ satisfazendo

$$y(2n + 1) = y(2n) + y(n), \quad y(2n + 2) = y(2n + 1) + y(n),$$
$$y(0) = 1, \quad y(1) = 2, \quad y(2) = 3.$$

Calcule $y(20)$ e $y(21)$.

Solução:

Usando o comando

```
y[0] := 1: y[1] := 2: y[2] := 3:
for n to 12 do
y[2*n+1] := y[2*n] + y[n]:
y[2*n+2] := y[2*n+1] + y[n]:
od:
y[20]; y[21];
```

obtemos que

$$y(20) = 225; \quad y(21) = 262.$$

2. Considere o sistema de equações diferenciais abaixo:

$$\begin{aligned}y_1'(t) &= \exp(y_1(t)) y_2(t), \\y_2'(t) &= -\exp(y_1(t)) y_1(t).\end{aligned}$$

Diga se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa; justifique.

(a) Se $y_1(0) > 0$ então $y_1(t) > 0$ para todo $t > 0$.

(b) Se $y_1(0) = 0$ e $-1 < y_2(0) < 1$ então $y_1(t) < 1$ para todo $t > 0$.

(Sugestão: faça um esboço do diagrama de fase.)

Solução:

Os comandos abaixo fazem um esboço do diagrama de fase:

```
with(DEtools):
de1 := diff(y1(t),t) = exp(y1(t))*y2(t):
de2 := diff(y2(t),t) = -exp(y1(t))*y1(t):
DEplot([de1,de2],[y1(t),y2(t)],t=0..10,y1=-2..2,y2=-2..2,
[[y1(0)=1,y2(0)=0],[y1(0)=0,y2(0)=0.9]],
linecolor=blue,animatecurves=true);
```

A afirmação (a) é **falsa** e a afirmação (b) é **verdadeira**.

3. Seja

$$y = \begin{cases} \frac{x}{e^x - 1}, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0. \end{cases}$$

Considere a expansão em séries de potências

$$y = a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n + \cdots ;$$

Calcule a_{12} e a_{13} .

Solução:

O comando abaixo calcula o início da expansão em série de potências de y .

```
taylor(x/(exp(x)-1),x,15);
```

Temos

$$a_{12} = -\frac{691}{1307674368000}; \quad a_{13} = 0.$$