

PROFMAT — MA11 — PUC-Rio

9 de março de 2013

O teste deve ser feita individualmente, sem consulta.

Todas as questões têm o mesmo valor.

1. Para cada um dos conjuntos abaixo, diga se ele é enumerável; justifique.
 - (a) $\mathbb{Q}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2}; a, b \in \mathbb{Q}\}$;
 - (b) $X_1 \subset [0, 1]$, o conjunto dos números reais x entre 0 e 1 cujas expansões decimais usam apenas os algarismos 4 e 7.
 - (c) $\mathbb{A} \subset \mathbb{R}$, o conjunto dos reais algébricos; um número real x é *algébrico* se existe um polinômio $P \neq 0$ de coeficientes inteiros com $P(x) = 0$.
2. Diga se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa; justifique.
 - (a) O número $\sqrt{3} + \sqrt{1 + \sqrt{3}}$ é irracional.
 - (b) Se $x \in \mathbb{R}$ é irracional então $(2x + 1)/(x + 1)$ é irracional.
 - (c) Se $x \in \mathbb{R}$ é irracional então $1/(x^2 + 1)$ é irracional.