

PROFMAT — MA11 — PUC-Rio

9 de março de 2013

O teste deve ser feita individualmente, sem consulta.

Todas as questões têm o mesmo valor.

1. Para cada um dos conjuntos abaixo, diga se ele é enumerável; justifique.
  - (a)  $\mathbb{Q}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2}; a, b \in \mathbb{Q}\}$ ;
  - (b)  $X_1 \subset [0, 1]$ , o conjunto dos números reais  $x$  entre 0 e 1 cujas expansões decimais usam apenas os algarismos 4 e 7.
  - (c)  $\mathbb{A} \subset \mathbb{R}$ , o conjunto dos reais algébricos; um número real  $x$  é *algébrico* se existe um polinômio  $P \neq 0$  de coeficientes inteiros com  $P(x) = 0$ .
2. Diga se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa; justifique.
  - (a) O número  $\sqrt{3} + \sqrt{1 + \sqrt{3}}$  é irracional.
  - (b) Se  $x \in \mathbb{R}$  é irracional então  $(2x + 1)/(x + 1)$  é irracional.
  - (c) Se  $x \in \mathbb{R}$  é irracional então  $1/(x^2 + 1)$  é irracional.