

PROFMAT — MA11 — PUC-Rio

8 de março de 2014

O teste deve ser feita individualmente, sem consulta.

Todas as questões têm o mesmo valor.

1. Um conjunto infinito X é *enumerável* se existir uma função sobrejetora $f : \mathbb{N} \rightarrow X$. Lembre que \mathbb{R} e $[0, 1]$ não são enumeráveis.
 - (a) Prove que $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ é enumerável.
 - (b) Seja $X \subset \mathbb{R}$ um conjunto infinito enumerável.
Prove que $X_2 = \{x_1 + x_2; x_1, x_2 \in X\}$ é enumerável.
 - (c) Seja $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ o conjunto dos racionais.
Diga se \mathbb{Q} é enumerável; justifique.
2. Diga se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa; justifique.
 - (a) O número $\sqrt{2} + \sqrt{11}$ é irracional.
 - (b) Se algum dos algarismos $0, 1, \dots, 9$ nunca aparece na expansão decimal de $x \in \mathbb{R}$ então x é racional.
 - (c) Seja $x \in (0, +\infty)$ um número irracional.
Então $1/(1 + \sqrt{x})$ é irracional.