

PROFMAT — MA11 — PUC-Rio

14 de abril de 2012

O teste deve ser feito individualmente, sem consulta.

Todas as questões têm o mesmo valor.

1. Diga se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa; justifique.
  - (a) Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função da forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .  
Sejam  $x_1, x_2, x_3$  números reais distintos em P.A. (nesta ordem).  
Se  $f(x_1), f(x_2), f(x_3)$  estiverem em P.A. então  $a = 0$ .
  - (b) Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função da forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .  
Sejam  $x_1, x_2, x_3, x_4$  números reais distintos em P.A. (nesta ordem).  
Então  $f(x_4) - f(x_1) = 3(f(x_3) - f(x_2))$ .
  - (c) Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função da forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .  
Se  $|x| \leq 1$  implica  $|f(x)| \leq 1$  então  $|x| \leq 2$  implica  $|f(x)| \leq 4$ .
2. Uma *parábola* pode ser definida a partir de um ponto  $P$ , o *foco* e uma reta  $r$ , a *diretriz*. Um ponto  $Q$  do plano pertence à parábola se a distância de  $Q$  a  $P$  for igual à distância de  $Q$  a  $r$ .
  - (a) Encontre a equação da parábola cujo foco é o ponto  $P = (0, 1)$  e cuja diretriz é a reta  $y = -1$ .
  - (b) Encontre o foco e a diretriz da parábola  $y = x^2 + x + 1$ .
  - (c) Se uma parábola tem equação  $y = ax^2 + bx + c$ , qual é a distância entre o foco e a diretriz?