# PROFMAT — MA11 — PUC-Rio

## 23 de março de 2013

O teste deve ser feito individualmente, sem consulta.
Todas as questões têm o mesmo valor.

1. Diga se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa; justifique.
   (a) Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função estritamente crescente com $f(n) = n$ para todo $n \in \mathbb{Z}$.
   Então $f(1/2) = 1/2$.
   (b) Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$.
   Se $f(0) = 1$, $f(1) = 3$ e $f(3) = 8$ então $f(8) > 20$.
   (c) Seja $f : D \to \mathbb{R}$ uma função da forma
   $$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d},$$
   com domínio $D = \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ para algum $x_0 \in \mathbb{R}$.
   Se a equação $f(f(f(x))) = x$ admite três soluções reais distintas e $f(f(f(0)))$ está bem definido então $f(f(f(0))) = 0$.

2. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função *ímpar*. Para $g(x) = f(x + 1)$, sabemos que $g$ é uma função *par*.
   (a) Prove que existe $T > 0$ tal que, para todo $x \in \mathbb{R}$, $f(x + T) = f(x)$.
   (b) Dê exemplo de uma função $f$ satisfazendo as condições do enunciado com $f$ estritamente crescente no intervalo $[0, 1]$.