

PROFMAT — MA11 — PUC-Rio

12 de maio de 2012

O teste deve ser feito individualmente, sem consulta.

Todas as questões têm o mesmo valor.

1. Diga se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa; justifique.

- (a) Sejam a_0, a_1, \dots, a_5 reais positivos. Seja p o único polinômio de grau menor ou igual a 5 com $p(0) = a_0, p(1) = a_1, \dots, p(5) = a_5$. Então $p(5/2)$ é positivo.
- (b) Sejam a_0, a_1, \dots, a_5 inteiros. Seja p o único polinômio de grau menor ou igual a 5 com $p(0) = a_0, p(1) = a_1, \dots, p(5) = a_5$. Então $p(6)$ é inteiro.
- (c) Seja

$$f(x) = \frac{1}{2} \left(x + \frac{7}{x} \right).$$

Seja $x_0 > 0, x_1 = f(x_0)$ e $x_2 = f(x_1)$. Então $x_2 < x_1$.

- 2. (a) Determine para quais valores de m a reta de coeficiente angular m passando pelo ponto $(1, 3)$ tem interseção não vazia com a parábola $y = x^2$.
- (b) Determine para que valores de a as parábolas $y = x^2$ e $y = a + 2x - x^2$ têm interseção não vazia.
- (c) Encontre as equações de todas as retas que tangenciam simultaneamente as parábolas $y = x^2 + 2$ e $y = 2x^2$.