

PROFMAT — MA11 — PUC-Rio

2 de junho de 2012

O teste deve ser feito individualmente, sem consulta.

Todas as questões têm o mesmo valor.

1. Sejam

$$\cosh t = \frac{e^t + e^{-t}}{2}, \quad \sinh t = \frac{e^t - e^{-t}}{2}, \quad \tanh t = \frac{\sinh t}{\cosh t}.$$

Considere a hipérbole $x^2 - y^2 = 1$.

- (a) Mostre que o ponto $(\cosh t, \sinh t)$ pertence ao ramo direito da hipérbole.
- (b) Para $t > 0$, calcule a área da região delimitada pelo eixo horizontal, pela reta ligando a origem ao ponto $(\cosh t, \sinh t)$ e pelo ramo direito da hipérbole.
- (c) Demonstre a seguinte identidade:

$$\tanh(a + b) = \frac{\tanh(a) + \tanh(b)}{1 + \tanh(a)\tanh(b)}.$$

2. Lembre que uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é periódica com período $T > 0$ se $f(t + T) = f(t)$ para todo $t \in \mathbb{R}$. Mais geralmente, f é periódica se existir $T > 0$ tal que f seja periódica de período T .

- (a) Seja $f_1(t) = \cos(t) + \cos(\sqrt{2}t)$. Mostre que f_1 não é periódica.
- (b) Seja $f_2(t) = \cos(t^2)$. Determine se f_2 é periódica.
- (c) Existe função polinomial não constante que seja periódica?