

PROFMAT — MA11 — PUC-Rio

8 de junho de 2013

O teste deve ser feito individualmente, sem consulta.

Todas as questões têm o mesmo valor.

1. (a) Encontre um polinômio $P_3(x)$ tal que

$$\operatorname{sen}(t)P_3(2\cos(t)) = \operatorname{sen}(3t)$$

para todo t .

- (b) Mostre que para todo inteiro positivo n existe um único polinômio $P_n(x)$ tal que

$$\operatorname{sen}(t)P_n(2\cos(t)) = \operatorname{sen}(nt)$$

para todo t .

2. Diga se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa. Justifique.

- (a) Para quaisquer números reais t_0 e t_1 vale

$$(\cos(t_0) - \cos(t_1))^2 + (\operatorname{sen}(t_0) - \operatorname{sen}(t_1))^2 \leq (t_0 - t_1)^2.$$

- (b) Se $\cos(\pi x) = 3/5$ então x é irracional.