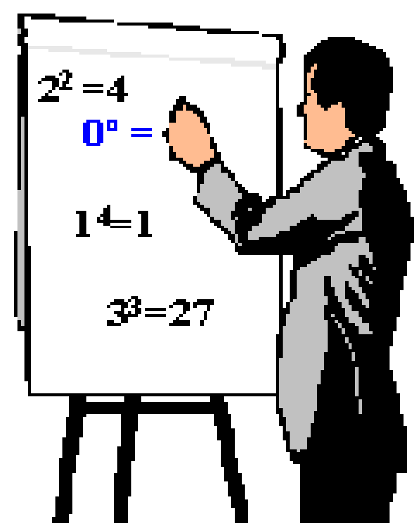
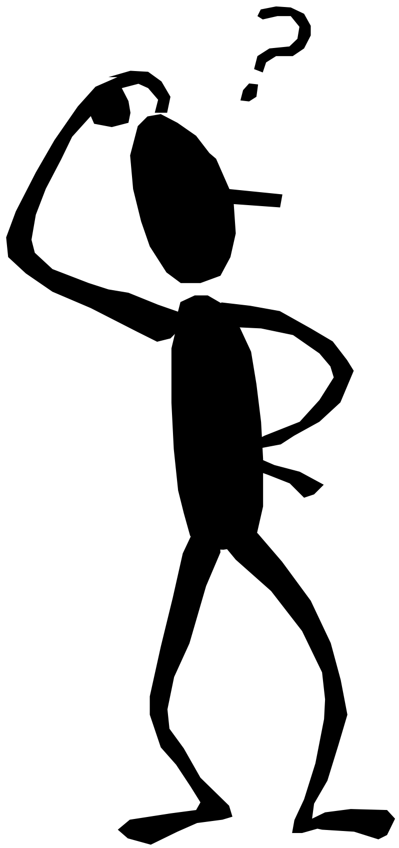
A controvérsia zero elevado a zero.



Produto educacional

Carlos José Amorim da Silva

Qual o significado da expressão zero elevado a zero?

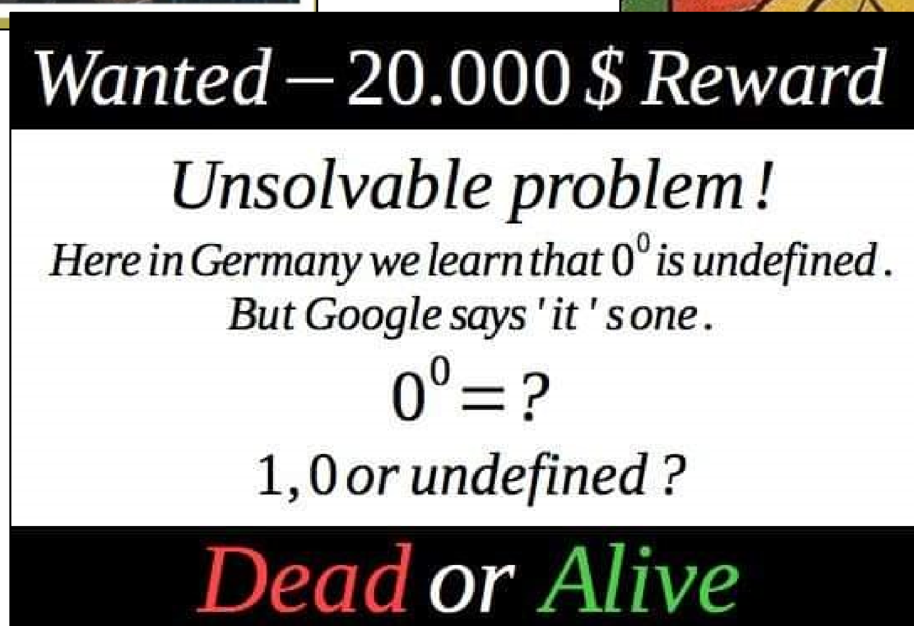


Vale 0 ou 1?

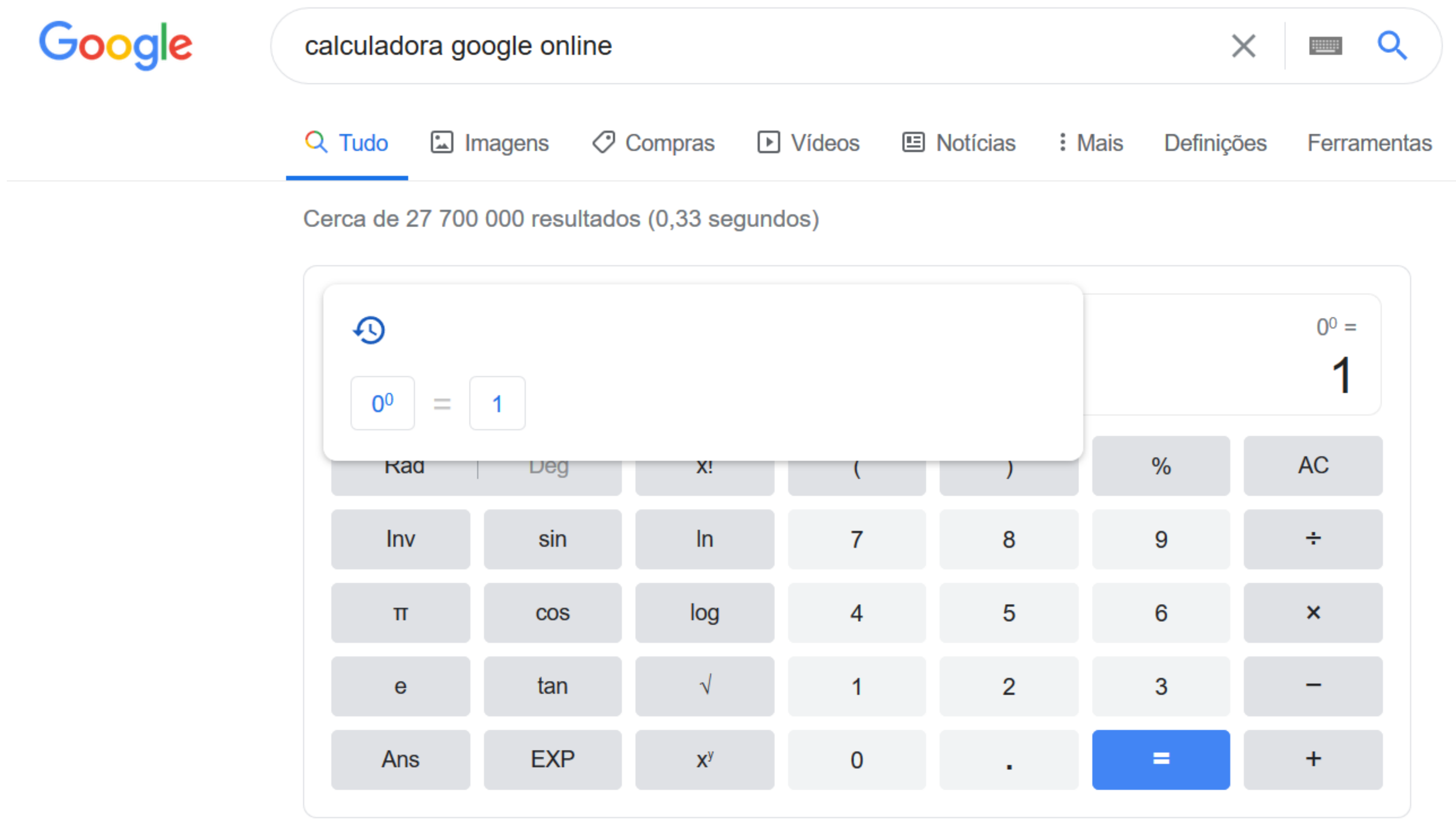
É indeterminado??

É uma expressão sem significado matemático???

Vamos ver alguns “memes” internet



Vamos pesquisar no Google!



Fonte: https://www.google.com/

Vamos consultar o Geogebra!

Calculadora científica do Geogebra

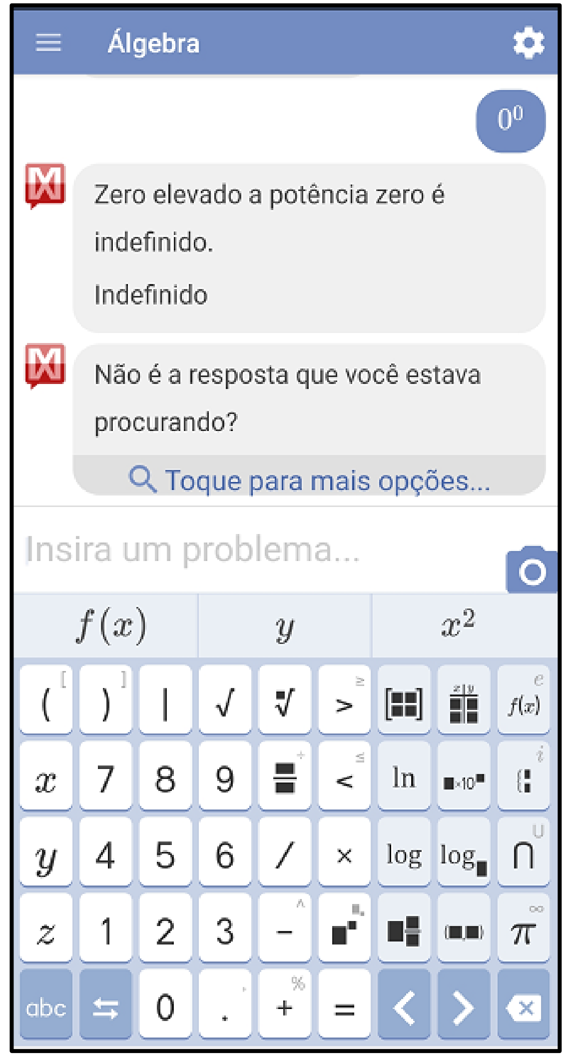
Calculadora 3D Geogebra

Vamos consultar o Photomat!

photomath
smart camera calculator

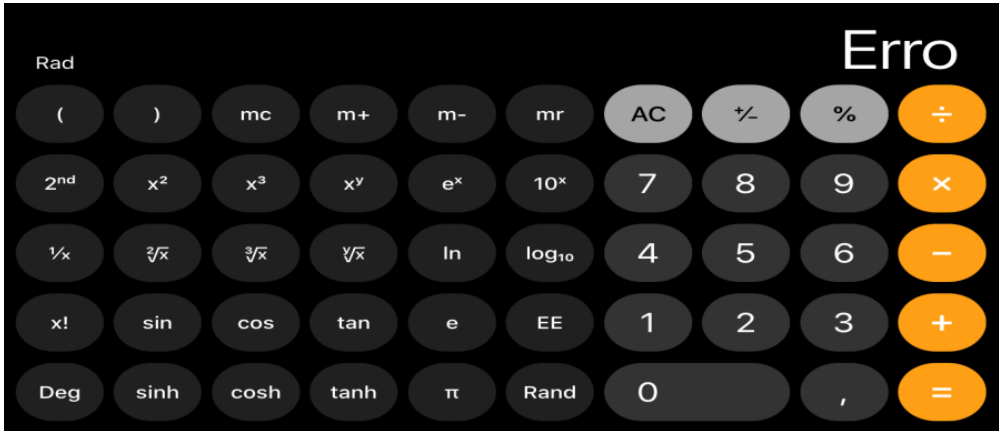
Fonte: https://photomath.app/pt/

Vamos consultar o Mathway!



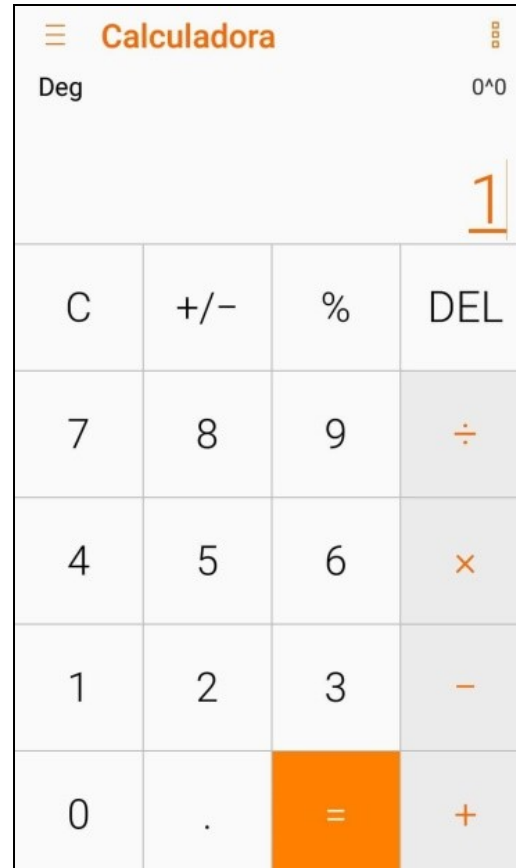
Fonte: https://www.mathway.com/

E as calculadoras dos celulares!



O cálculo na calculadora do celular iPhone informa "Erro"

Calculadora do celular Motorola



Calculadora do celular Asus Zenfone

Qual é o resultado na calculadora dos seus celulares?

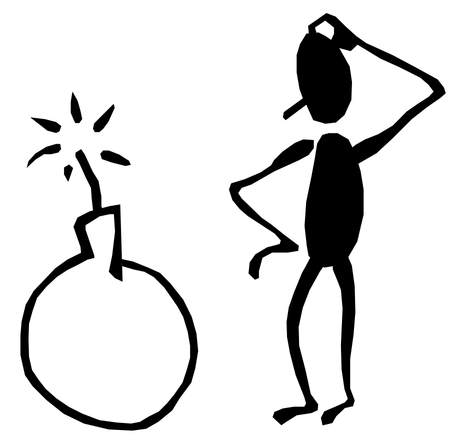
Vamos Analisar:

- **NUMERICAMENTE**
- **GRAFICAMENTE**
- **POR BINÔMIO DE NEWTON**
- **ABORDAGEM POR EXEMPLOS PARA DEDUZIR QUE $0^0 = 1$**

ABORDAGEM NUMÉRICA

$x \to 0$ e $y = 0$	$x = 0$ e $y \to 0$
$0^4 = 0$	$6^0 = 1$
$0^3 = 0$	$5^0 = 1$
$0^2 = 0$	$4^0 = 1$
$0^1 = 0$	$3^0 = 1$
$0^{1/2} = 0$	$(1/2)^0 = 1$
$0^{1/3} = 0$	$(1/3)^0 = 1$
$0^{1/100} = 0$	$(1/100)^0 = 1$
[illegible]	[illegible]

O resultado não se impõe numericamente, pois existem duas possibilidades. Então se diz que a expressão 0^0 é indeterminada numericamente.



ABORDAGEM GRÁFICA

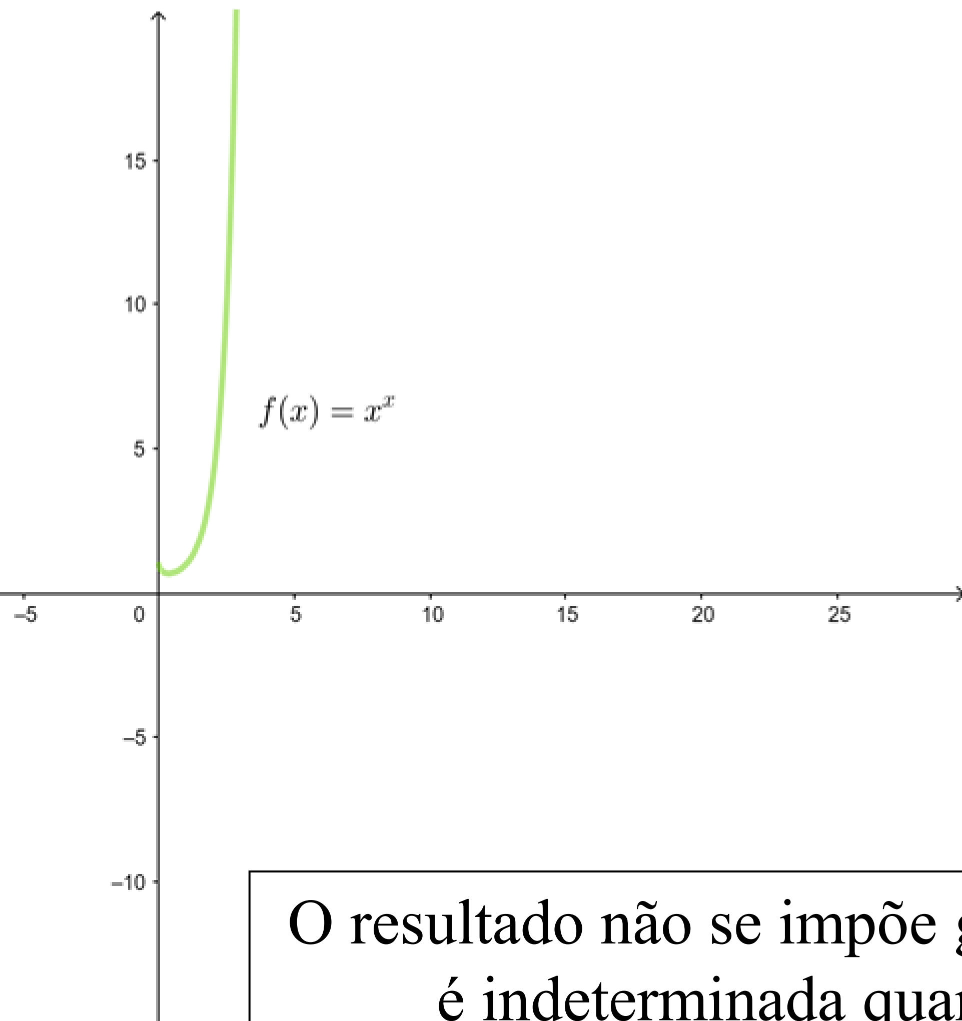


TABELA	
x	$f(x) = x^x$
1	**1**
1/5	**0,72478...**
1/10	**0,79432...**
1/100	**0,95499...**
1/1000	**0,99321...**
1/100000000	**0,9999999...**
1/10000000000000000	**= 1**

O resultado não se impõe graficamente, logo a expressão 0^0 é indeterminada quando abordada graficamente.

ABORDAGEM POR BINÔMIO DE NEWTON

$(a+b)^n =$
$\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}a^{n-k}b^k = \binom{n}{0}a^n b^0 + \binom{n}{1}a^{n-1}b^1 + \cdots + \binom{n}{n}a^0 b^n$

Para $a = -b \neq 0$ e $n = 0$, observa-se:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}a^{n-k}b^k$$

$$(a-a)^0 = \binom{0}{0}(a)^0(-a)^0 = 1$$

A expressão 0^0 possui valor unitário na abordagem por binômio de Newton.

$1 \longrightarrow (x+y)^0 = 1$

$1 \quad 1 \longrightarrow (x+y)^1 = 1x + 1y$

$1 \quad 2 \quad 1 \longrightarrow (x+y)^2 = 1x^2 + 2xy + 1y^2$

$1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \longrightarrow (x+y)^3 = 1x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + 1y^3$

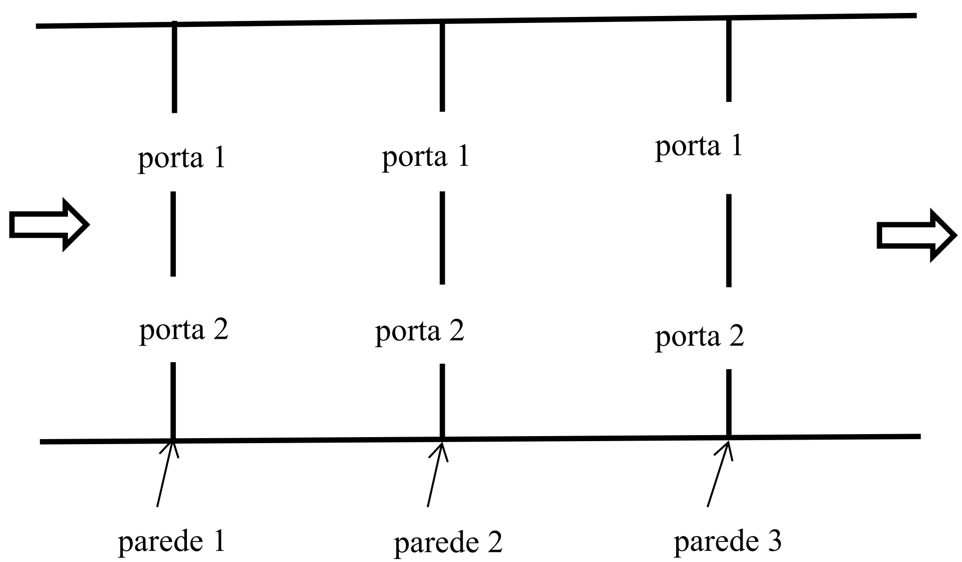
Triângulo de Pascal e Binômio de Newton

ABORDAGEM POR EXEMPLOS PARA DEDUZIR QUE

$$0^0 = 1$$

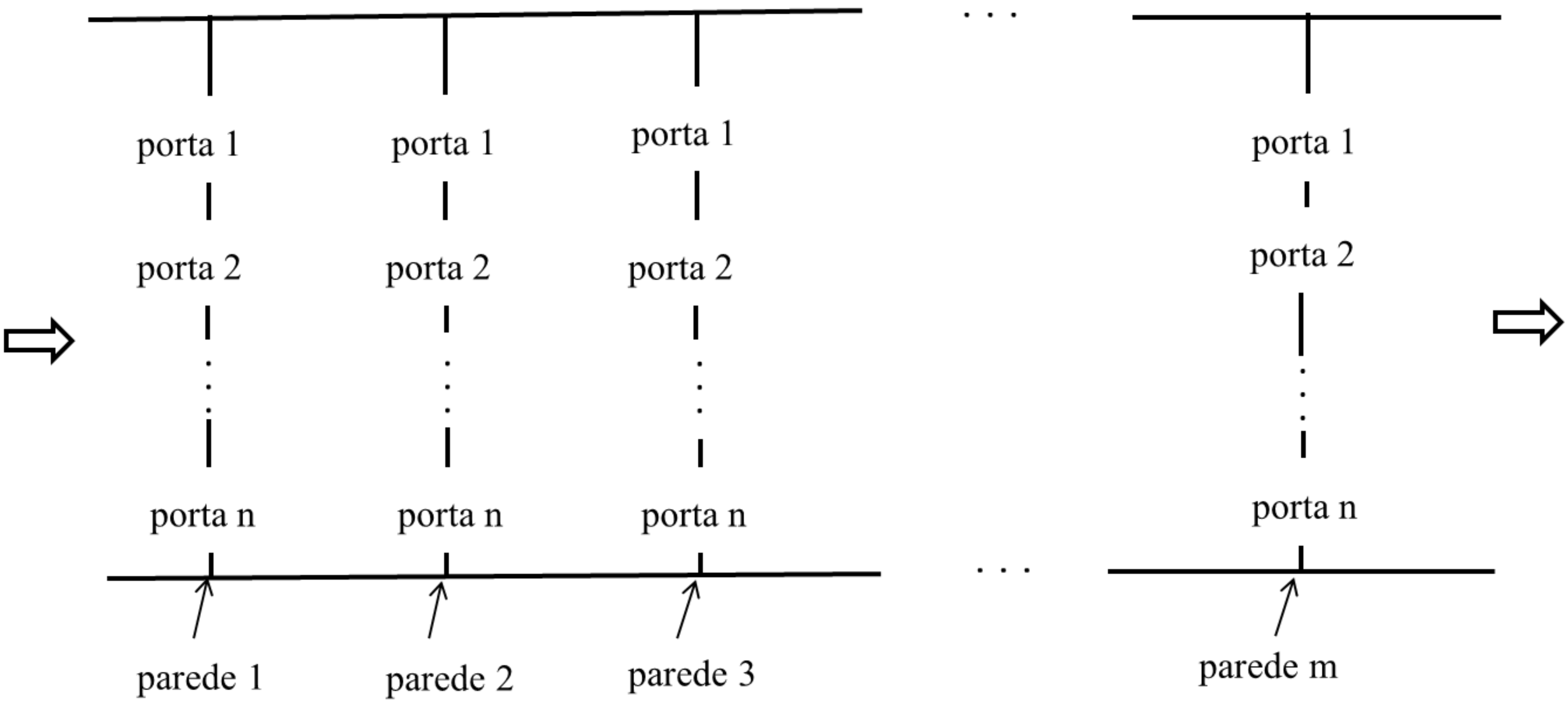
“Os caminhos em um labirinto”

A figura abaixo representa um labirinto que possui três paredes com duas portas cada uma, que se deseja percorrer da esquerda para direita em um único sentido conforme indicado pelas setas.



Coleção de caminhos: {111, 112, 121, 122, 211, 212, 221, 222}.

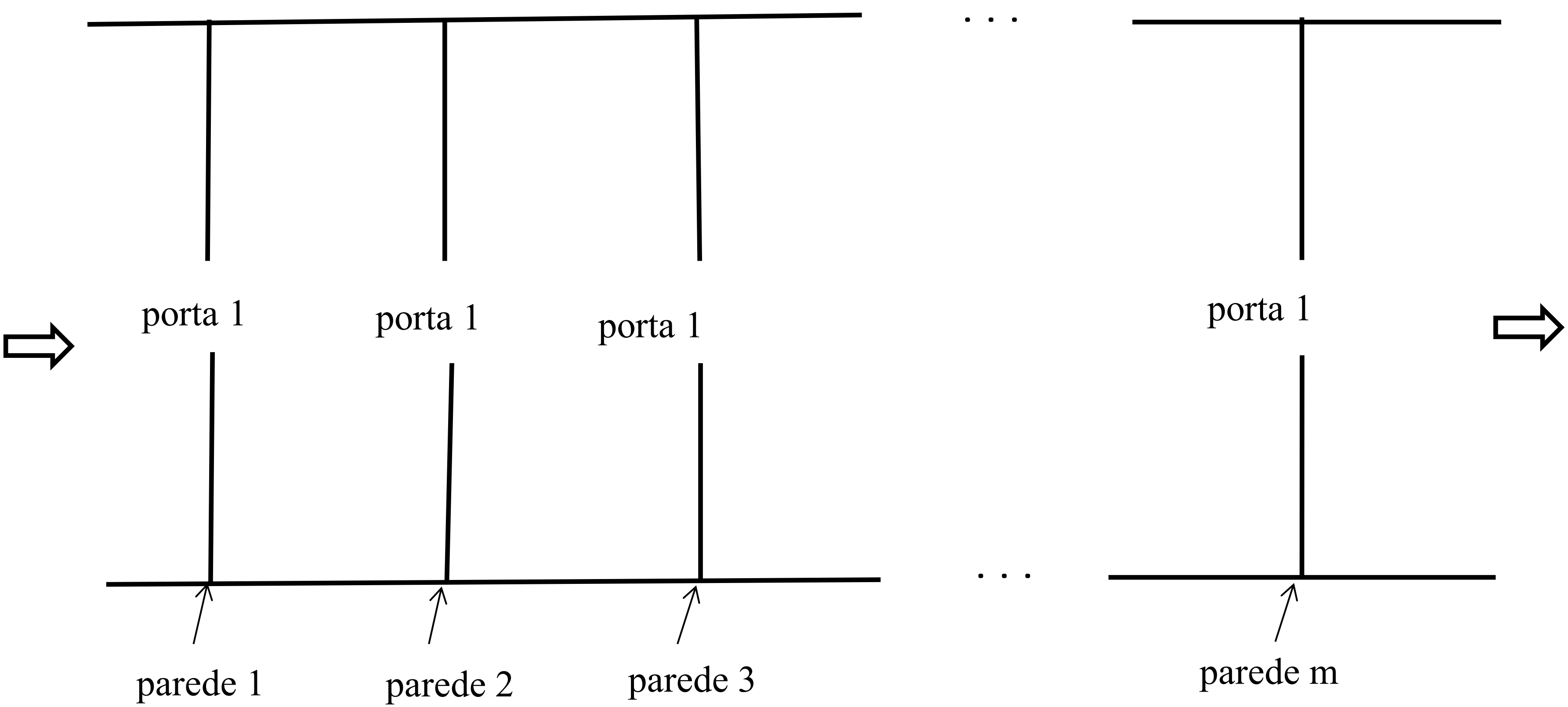
"Os caminhos em um labirinto"



Coleção de caminhos: $n \times n \ldots \times n$ (m vezes) ou seja, n^m.

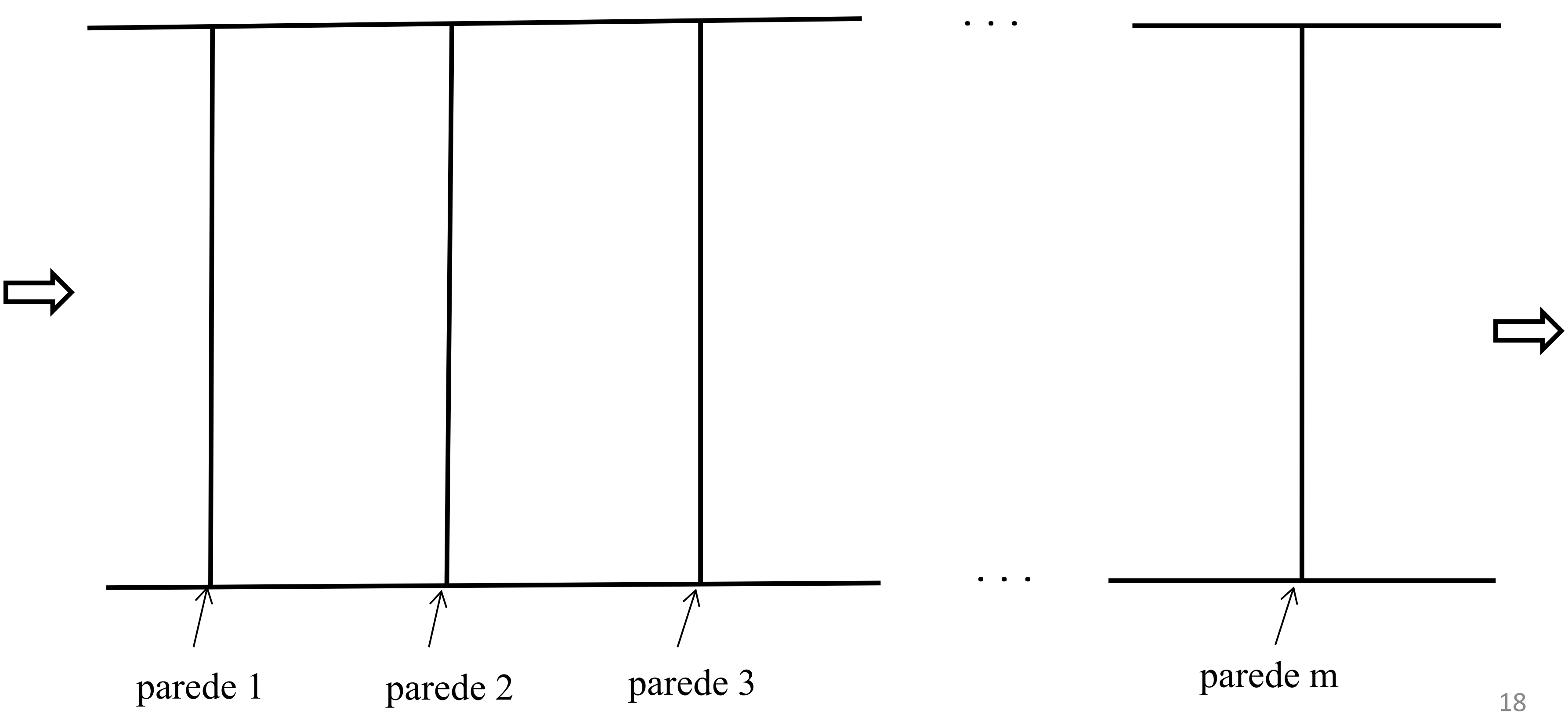
“Os caminhos em um labirinto”

Caso o labirinto possua m ($m > 0$) paredes e uma porta em cada parede. Nós teríamos um caminho, ou seja, $1^m = 1$.



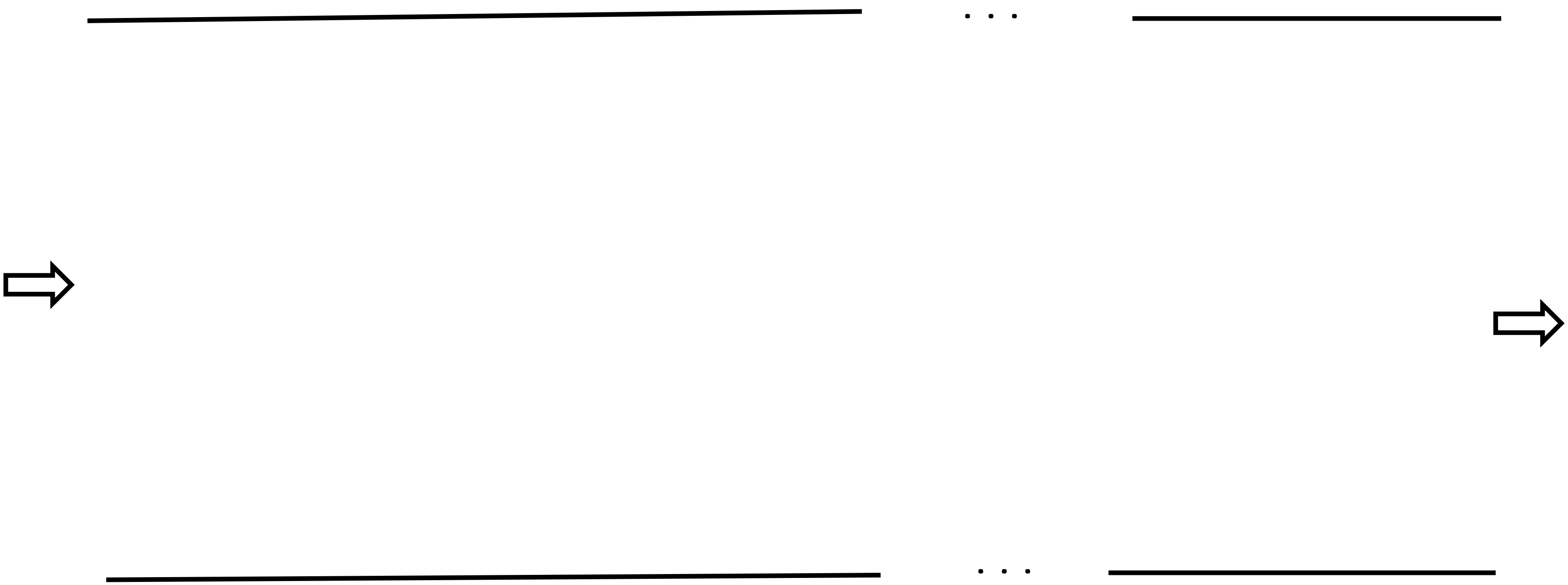
"Os caminhos em um labirinto"

Caso o labirinto possua m ($m > 0$) paredes e não possua porta. Não teríamos caminho, ou seja, $0^m = 0$.



“Os caminhos em um labirinto”

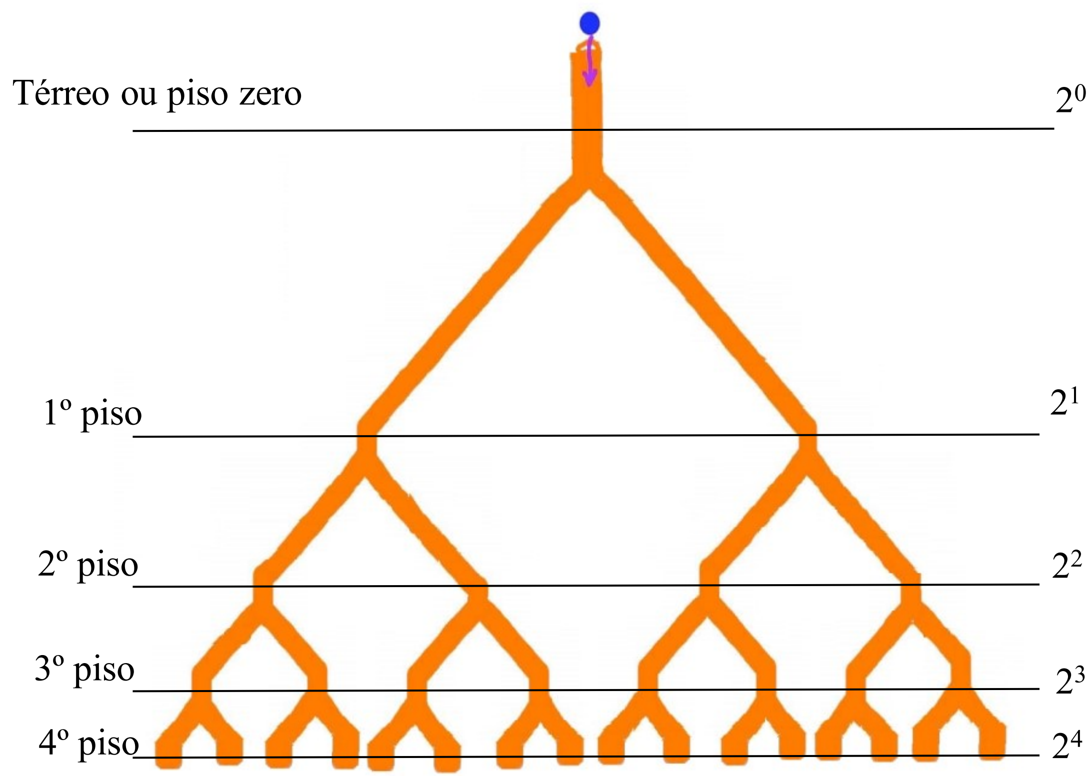
E finalmente, caso nosso labirinto não tivesse porta e nem paredes, teríamos um único caminho, ou seja, $0^0 = 1$.



“A queda de uma bola”

A figura abaixo representa a queda da bola azul que avança aos pisos inferiores com ajuda de tubos que se dividem sucessivamente em dois ramos. O objetivo é calcular a quantidade de posições possíveis de serem alcançadas pela bola azul pode percorrer na rede de tubos do ponto em que se encontra até o piso p $(p = 0, 1, 2, 3, \ldots)$

A quantidade de posições alcançadas pela bola azul é expressa por 2^{piso}.

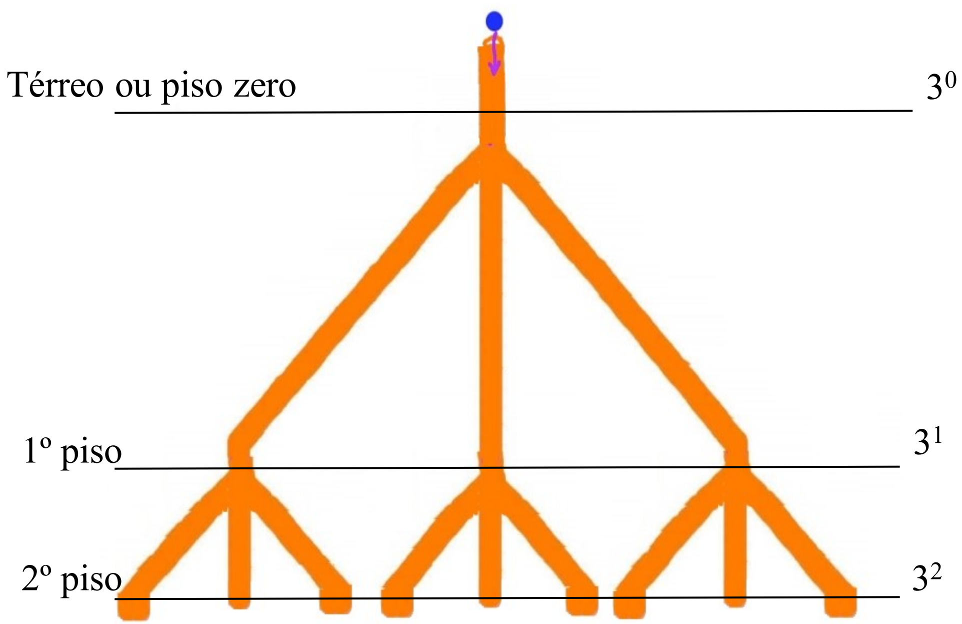


Árvore binária

“A queda de uma bola”

A figura abaixo representa a queda da bola azul que avança aos pisos inferiores com ajuda de tubos que se dividem sucessivamente em três ramos. O objetivo é calcular a quantidade de posições possíveis de serem alcançadas pela bola azul pode percorrer na rede de tubos do ponto em que se encontra até o piso *p* (*p* = 0, 1, 2, ...).

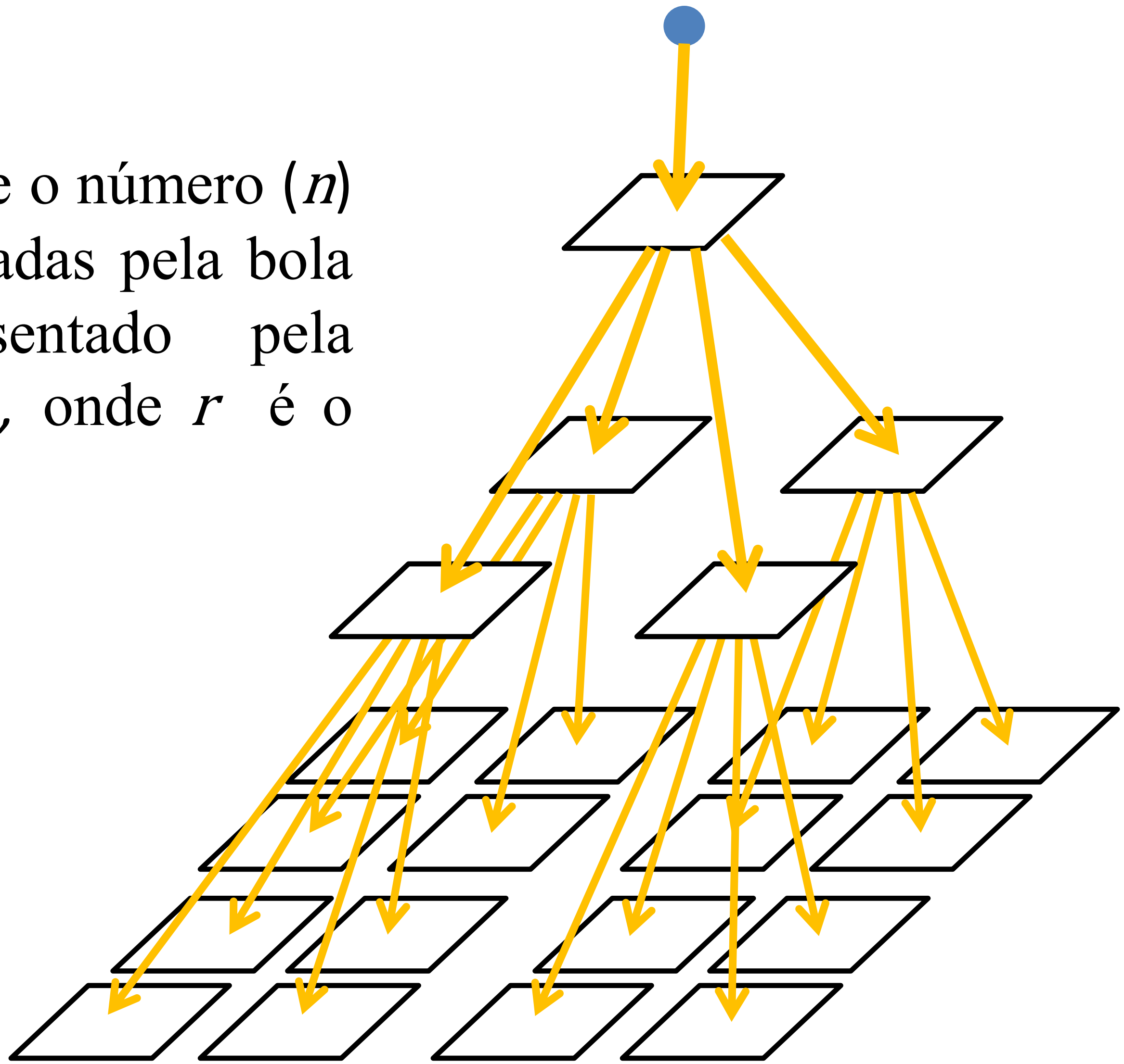
A quantidade de posições alcançadas pela bola azul é expressa por 3^{piso}.



Árvore ternária

"A queda de uma bola"

Podemos inferir que o número (n) de posições alcançadas pela bola pode ser representado pela expressão $n = r^{piso}$, onde r é o número de ramos.

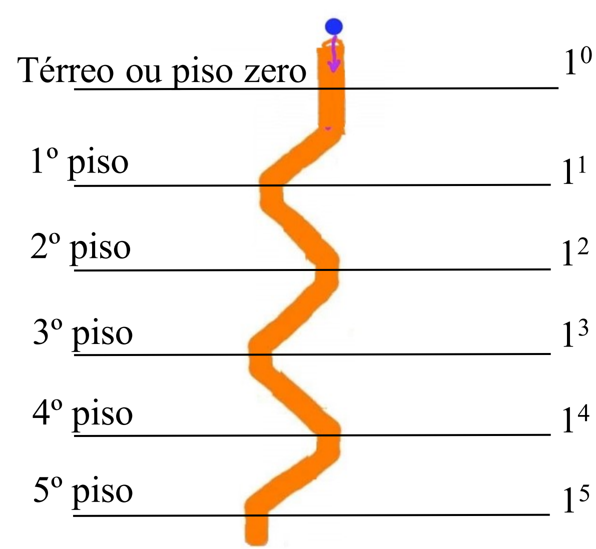


Árvore quaternária

“A queda de uma bola”

Vamos testar a nossa expressão. A figura representa, mais uma vez, a queda da bola azul que avança aos andares inferiores com ajuda de tubos e, desta vez, possui somente um ramo.

A quantidade de posições alcançadas pela bola azul é expressa por 1^{piso}.



Árvore unária

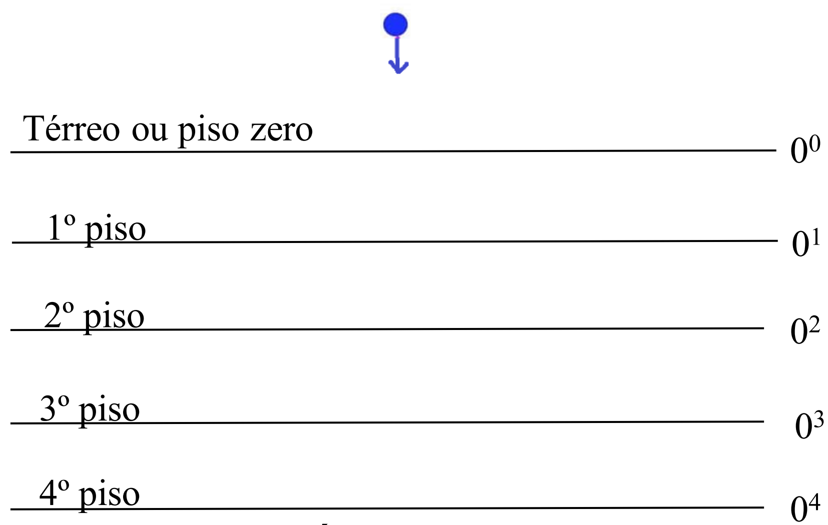
“A queda de uma bola”

A próxima figura representa, mais uma vez, a queda da bola azul que tenta avançar aos andares inferiores sem os tubos com ramos. Observe que a bola não conseguirá atingir nenhuma posição nos demais pisos além do térreo.

Portanto, para o valor do $piso \geq 1$, a bola azul não atingiria estes pisos, ou seja, 0^{piso} e nossa expressão continua válida.

Aplicando a nossa expressão:

$$\mathbf{0^0 = 1}$$



Árvore vazia

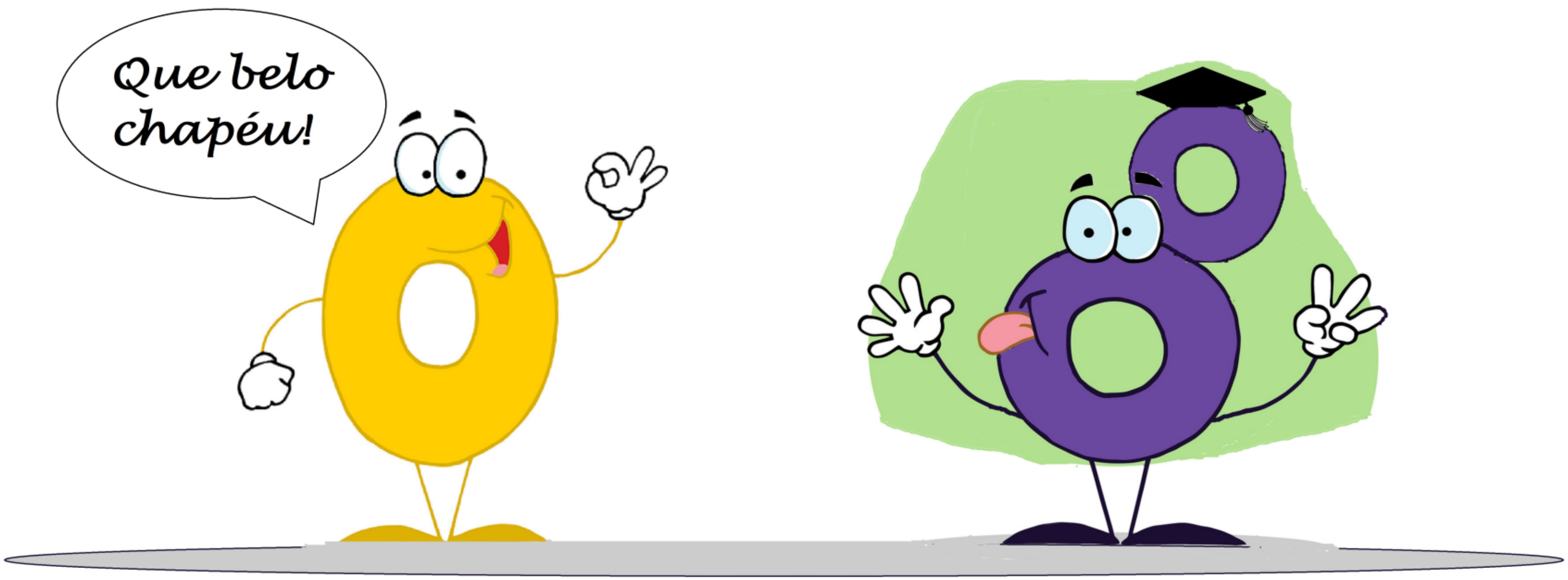
CONCLUSÃO

0^0 existe!!!

Existem duas soluções para a expressão 0^0:

$0^0 = 1$ ou 0^0 é indefinido.

O que o zero disse para o zero elevado a zero?



BIBLIOGRAFIA

•LIMA, E. L. Conceitos e Controvérsias: Qual o valor de 0^0? **REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA.** Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, v. 1, pp. 07-08, 1982. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/1/2.htm>. Acesso em: 20 jul. 2020.

•______. Conceitos e Controvérsias: Novamente 0^0. **REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA.** Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, v. 7, pp. 17-20, 1985. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/7/4.htm>. Acesso em: 20 jul. 2020.

•PRADO, P. M. L. Conceitos e Controvérsias: Voltando ao 0^0. **REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA.** Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, v. 11, p. 17-18, 1987. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/11/4.htm>. Acesso em: 20 jul. 2020.