

## Shock waves in conservation laws and reaction-diffusion equations (Ondas de choque em leis de conservação e equações de difusão-reação)

Professora Yulia Petrova

### Contents:

introduction to conservation laws, balance laws and continuum physics. Hyperbolic systems of conservation laws: Cauchy problem, breakdown of classical solutions, weak solutions, non-uniqueness and admissibility criteria. Entropy. Vanishing viscosity admissibility criteria for shock waves. Travelling waves. Many examples: single conservation law, isentropic gas dynamics, enhanced oil recovery, fluid dynamics. Scalar conservation law in many-space dimensions. Hyperbolic systems in one-space dimension: Riemann invariants, shock and rarefaction waves, genuine nonlinearity and linear degeneracy, solution to a Riemann problem. Admissible shocks: Lax, Liu, entropy, vanishing viscosity criteria and connections between them. Numerical analysis: Glimm scheme, front-tracking method, random choice method. Compensated compactness. Reaction-diffusion equations. Comparison theorems and monotonicity principle. Linearization and stability. Applications to mathematical biology.

### Literature:

J. Smoller "Shock waves and reaction-diffusion equations",  
C. Dafermos "Hyperbolic conservation laws in continuum physics".

### Ementa:

introdução às leis de conservação, leis de equilíbrio e física contínua. Sistemas hiperbólicos de leis de conservação: problema de Cauchy, quebra de soluções clássicas, soluções fracas, não unicidade e critérios de admissibilidade. Entropia. Critérios de admissibilidade de viscosidade para ondas de choque. Ondas viajantes. Muitos exemplos: lei de conservação única, dinâmica de gás isentrópica, recuperação avançada de petróleo, dinâmica de fluidos. Lei de conservação escalar em dimensões de muitos espaços. Sistemas hiperbólicos em dimensão unidimensional: invariantes de Riemann, ondas de choque e rarefação, não linearidade genuína e degenerescência linear, solução de um problema de Riemann. Choques admissíveis: critérios de Lax, Liu, entropia, viscosidade e conexões entre eles. Análise numérica: esquema de Glimm, método de rastreamento frontal, método de escolha aleatória. Compacidade compensada. Equações de difusão-reação. Teoremas de comparação e princípio da monotonicidade. Linearização e estabilidade. Aplicações à biologia matemática.

### Literatura:

J. Smoller "Ondas de choque e equações de difusão de reação",  
C. Dafermos "Leis de conservação hiperbólicas na física contínua".

### Pré-requisito:

(Não são pré-requisitos necessário, pois é possível adicionar alguns conteúdos dessas disciplinas no próprio curso. Mas são desejáveis.)

MAT2905 Equações Diferenciais Ordinárias (ou MAT1901)

MAT2907 Equações Diferenciais Parciais (ou MAT1411)