

PROPOSTA: INTRODUÇÃO À TEORIA ESPECTRAL 2024.1

RODRIGO MATOS

Público alvo: alunos de pós-graduação (mestrado e doutorado) Pré-requisitos: Cada pessoa matriculada deve ter cursado no mínimo uma das seguintes disciplinas: Medida e integração (MAT2621) ou Análise funcional (MAT2622). Apesar disso, é possível que nas primeiras semanas façamos uma revisão básica dos pré-requisitos.

1. APRESENTAÇÃO DO CURSO

O curso pretende ser autocontido, na medida do possível, e deve abordar tópicos e ferramentas básicas de análise espectral que não são cobertas em outros cursos. Por exemplo, no caso do teorema espectral e tipos espectrais, a bibliografia na ementa do curso MAT2622 (Análise Funcional) trata do caso de operadores compactos (portanto, limitados) e autoadjuntos. Neste curso trataremos de tipos espectrais e versões do teorema espectral para operadores ilimitados, que é o caso típico para operadores diferenciais. Muitas das ferramentas apresentadas também são frequentemente utilizadas em áreas da física-matemática, sistemas dinâmicos, equações diferenciais parciais e análise geométrica. Após algumas consultas privadas a colegas, confio que este curso terá uma quantidade suficiente de pessoas matriculadas.

2. EMENTA TENTATIVA

O programa abaixo é tentativo e pode ser levemente adaptado, tanto em sua ordem como em seu conteúdo, a depender da turma.

Operadores ilimitados; Resolventes e espectro; Operadores autoadjuntos e essencialmente autoadjuntos; formas quadráticas e a extensão de Friedrichs; Transformada da Cayley e índices de deficiência; Extensões autoadjuntas; Somas ortogonais de operadores; Subespaços invariantes e cíclicos; Transformadas de Borel; A fórmula de Helffer-Sjöstrand; O teorema espectral; Tipos espectrais; O teorema de Herglotz; Aplicações do teorema espectral; O princípio do min-max; Operadores relativamente limitados; O teorema de Kato-Rellich; Operadores de Hilbert-Schmidt e da classe do traço; Operadores relativamente compactos e o critério de Weyl; Aplicações: espectro de operadores diferenciais, conexão entre tipos espectrais e dinâmica quântica.

REFERENCES

1. G. Teschl, *Mathematical Methods in Quantum Mechanics with Applications to Schrödinger Operators*, Graduate Studies in Math. 99, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2009.
2. E.B. Davies *Spectral Theory and Differential Operators*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
3. M. Lukic , *A First Course in Spectral Theory*, Graduate Studies in Math. 226, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2023.