

Propriedades estatísticas para certos sistemas dinâmicos

O objetivo principal deste curso é o estudo de tópicos recentes de teoria ergódica sobre leis limites (i.e. o princípio de grandes desvios e o teorema do limite central) para alguns tipos de sistemas dinâmicos. A ferramenta principal neste estudo é a existência do hiato espectral do operador de transição de Markov ou do operador de transferência de Ruelle em um espaço apropriado de observáveis.

Pré-requisitos:

Introdução aos Sistemas Dinâmicos;
Teoria Ergódica;
Análise Funcional;
Teoria da Probabilidade I.

Informações gerais sobre o curso:

Aulas: segundas e quartas das 15h às 17h
Página anterior do curso: https://silviusklein.github.io/teaching/mat2934_2022.1/main.html
A avaliação consiste em seminários sobre tópicos do curso escolhidos pelo professor.

Notas de aula:

https://silviusklein.github.io/teaching/mat2934_2022.1/notes.pdf

Bibliografia:

[BouLa] Philippe Bougerol, Jean Lacroix, *Products of random matrices with applications to Schrödinger operators*, Birkhäuser 1985.

[CDK] Ao Cai, Pedro Duarte, Silvius Klein, *Statistical properties for mixing Markov processes with applications to dynamical systems*, preprint 2022.

[DeKiLiv] Mark Demers, Niloofar Kiamari, Carlangelo Liverani, *Transfer operators in hyperbolic dynamics: an introduction*, Colóquio Brasileiro de Matemática, Publicações Matemáticas do IMPA, 2021.

[DK-CBM] Pedro Duarte, Silvius Klein, *Continuity of the Lyapunov exponents of linear cocycles*, 31º Colóquio Brasileiro de Matemática, Publicações Matemáticas do IMPA, 2017.

[DKP] Pedro Duarte, Silvius Klein, Mauricio Poletti, *Hölder continuity of the Lyapunov exponents of linear cocycles over hyperbolic maps*, preprint 2021.

[Viana] Marcelo Viana, *Lectures on Lyapunov exponents*, Cambridge University Press, 2014.

Tópicos principais do curso:

1. Leis limites para processos aleatórios aditivos

Neste capítulo introdutório revisamos alguns tópicos de probabilidades, como a lei dos grandes números, o princípio dos grandes desvios e o teorema do limite central para somas de variáveis aleatórias i.i.d. reais.

2. Sistemas dinâmicos estocásticos [CDK]

Neste capítulo introduzimos o conceito de sistema dinâmico estocástico e o operador de Markov associado. Apresentamos um resultado recente do tipo estimativa de grandes desvios para sistemas de Markov fortemente misturadores e um teorema central do limite por Gordin e Lifshits no mesmo cenário. Esses conceitos e resultados abstratos serão aplicados para vários modelos concretos de sistemas dinâmicos.

3. Leis limites para processos aleatórios multiplicativos [BouLa, DK-CBM]

Neste capítulo consideramos produtos de matrizes aleatórias i.i.d. Apresentamos os resultados análogos aos do primeiro capítulo para tais processos multiplicativos, ou seja o teorema de Furstenberg e Kesten e alguns teoremas de Le Page (sob hipóteses genéricas). Introduzimos e estudamos o operador de Markov correspondente a tais processos.

4. Leis limites para sistemas hiperbólicos [DeKiLiv]

Neste capítulo estudamos o decaimento de correlações e leis limites para mapas uniformemente hiperbólicos. Trataremos em detalhes o exemplo mais simples de mapas suaves expansivos do círculo, por meio do operador de transferência.

5. Sistemas predominantemente hiperbólicos [DeKiLiv]

Neste capítulo consideramos brevemente o mesmo problema para sistemas modelados por Young towers.

6. Sistemas parcialmente hiperbólicos, cociclos lineares [Viana, DKP]

No capítulo final consideramos alguns possíveis tópicos atuais de pesquisa, como leis limites para sistemas mistos aleatórios e quase-periódicos ou cociclos lineares fiber bunched.