

## **Aplicações da Análise Funcional à Física Matemática**

### **Sergey Sergeev**

O objetivo deste curso é introduzir o conceito de espaços de Sobolev com um exemplo particular de aplicação: Método dos Elementos Finitos. Durante este curso serão discutidas as principais partes da teoria dos espaços de Sobolev. Será apresentada a noção de solução fraca e método variável nos espaços de Sobolev. Serão comprovados os principais teoremas da abordagem variacional para a solução dos EDPs. O Método dos Elementos Finitos será demonstrado do ponto de vista da teoria dada para a solução fraca.

1. Palestra motivacional. Integral de Lebesgue. Espaços de Hilbert.
2. Espaços de Sobolev.
3. Princípio variacional e solução fraca.
4. Método de Ritz para o operador autoadjunto
5. Método dos Elementos Finitos em caso 1D para EDO de 2-a ordem.
6. Operadores lineares em espaços de Banach e de Hilbert.
7. Definição do operador autoadjunto. Extensão de Friedrichs.
8. Desigualdades de Sobolev. Teoremas de imersões de Sobolev.
9. Exemplos de alguns problemas variáveis com aplicação da teoria anterior.
10. Algumas questões relacionadas ao Método dos Elementos Finitos no caso 2D.

#### Literatura

1. Brezis. Functional Analysis. Sobolev Spaces and Partial Differential Equations.
2. Zeidler. Applied Functional Analysis. Applications to Mathematical Physics.

#### Pré-requisitos

1. MAT2905 – Equações Diferenciais Ordinárias
2. MAT2907 – Equações Diferenciais Parciais

# Applications of Functional analysis in Mathematical Physics

## Sergey Sergeev

The aim of this course is to introduce the notion of the Sobolev spaces with one particular example of the applications: Finite Elements Method. During this course the main parts of the theory of Sobolev spaces will be discussed. The notion of the weak solution and variational method in the Sobolev spaces will be presented. The main theorems of the variational approach for the solution of the PDEs will be proven. The Finite Elements Method will be demonstrated from the point of view of the given theory for the weak solution.

1. Motivational lecture. Lebesgue integral. Hilbert spaces.
2. Sobolev Spaces.
3. Variational principle and weak solution.
4. Ritz method for the self-adjointed operator
5. Finite elements method in 1D case for the 2-nd order ODE.
6. Linear operators in Banach and Hilbert spaces.
7. Definition of the self-adjointed operator. Friedrichs extension.
8. Sobolev inequalities. Sobolev embedding theorems.
9. Examples of some variational problems with application of the previous theory.
10. Some questions related to the Finite Element Method in 2D case.

### Literature

1. Brezis. Functional Analysis. Sobolev Spaces and Partial Differential Equations.
2. Zeidler. Applied Functional Analysis. Applications to Mathematical Physics.

### Preliminaries

1. MAT2905 – Ordinary Differential Equations
2. MAT2907 – Partial Differential Equations