

MAT1604 - Introdução à Análise
Prof: Flávio Abdenur
06/12/2007
Horário: 13:00 – 15:00

Prova 2

(O valor de cada questão está entre colchetes, no início de cada enunciado.)

1. [1,5]

Enuncie e demonstre o “Teste da Razão” para convergência de séries.

2. [2,0]

Dê duas definições equivalentes de compacidade e mostre que elas são de fato equivalentes.

3. [1,5]

Considere a função $f : \mathbb{R} \setminus (7, 8] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$x \mapsto \begin{cases} x^2 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

Determine em quais pontos existem os limites bilateral e laterais, e em quais pontos a função é contínua. Calcule os limites, onde eles existirem.

Obs: você pode supor que a função seno é contínua.

4. [2,5]

Verdadeiro ou falso (justifique!):

- Se L é limitado e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua então $f(L)$ é limitado.
- Se A é aberto e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua então $f(A)$ é aberto.
- Se A é aberto e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua então $f^{-1}(A)$ é aberto.

5. [2,5]

Demonstre a

Conjectura de Chaves: Seja $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua e injetiva, onde I é um intervalo. Então $f^{-1} : f(I) \rightarrow I$ é uma função contínua.