1ª prova de Introd. à Análise – 17/09/2009

Nome: ____

1. Mostre que uma função $f : A \to B$ é injetiva se e somente se para todo $X \subset A$ vale que $f(A \setminus X) = f(A) \setminus f(X)$.

2. Sejam m, $n \in \mathbb{N}$. Prove que vale uma das alternativas:

- ou $n < m$;
- ou existe $q \in \mathbb{N}$ tal que $n = qm$;
- ou existem q, $r \in \mathbb{N}$ sendo $r < m$ tais que $n = qm + r$.

Prove também que na terceira alternativa q e r são únicos.

3. Seja E um conjunto infinito-enumerável, e F um conjunto finito. Prove (diretamente) que $E \cup F$ é infinito-enumerável.

4. Seja K um corpo. Para a, $b \in K$ com $b \neq 0$, definimos $a/b = ab^{-1}$. Prove que se b, $d \neq 0$ então

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad \text{e} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}.$$

Diga que axioma de corpo que é usado em cada passo da demonstração.