

2ª prova de Introd. à Análise – 03/11/2009

Nome: _____

1. Se $A, B \subset \mathbb{R}$ são não-vazios e limitados superiormente, mostre que o conjunto

$$A + B = \{a + b; a \in A, b \in B\}$$

é limitado superiormente, e $\sup(A + B) = \sup A + \sup B$.

2. Seja (x_n) uma sequência convergente tal que o conjunto $\{x_n; n \in \mathbb{N}\}$ é finito. Mostre que existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que a sequência $(x_n)_{n > n_0}$ é constante.

3. Seja (x_n) uma sequência. Suponha que a sequência $(x_{n+1} - x_n)$ é limitada. Mostre que $\lim x_n = +\infty$ ou $\lim x_n = -\infty$ ou (x_n) tem um valor de aderência (isto é, existe uma subsequência convergente).

4. Se $P(x)$ é um polinômio de grau maior que 1 então existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que a série

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{1}{P(n)}$$

faz sentido (isto é, não aparece divisão por 0) e é convergente.