



P1 de MAT1173
Cálculo Especial Integral a Várias Variáveis
Período: 2008.1
Data: 26 de março de 2006

Nome: _____ Matrícula: _____
Assinatura: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	3.5		
2	3.5		
3	3.0		
Total	10.0		

Instruções

- Não é permitido usar calculadora.
- O aluno deve fazer a prova na turma em que está matriculado.
- **Justifique *corretamente* todas as respostas em todas as questões.**
- **Verifique cada resposta para detectar possíveis erros.**
- A duração da prova é de 1 hora e cinquenta minutos.

Questões

1. Considere \mathbb{T} o *toro sólido* (região do espaço) gerado pela rotação do disco R no plano yz de raio r centrado em $(R, 0)$, $R > r > 0$, em torno do eixo z .
 - (a) (1 pt) Considere a fronteira de \mathbb{T} como união de duas superfícies S_1 e S_2 que são geradas pela rotação em torno do eixo z de dois gráficos horizontais $y = f(z)$ e $y = g(z)$, $g(z) \geq f(z)$, $z \in I$ (onde I é um intervalo da reta a determinar) contidos no plano yz .
Explicite tais funções f, g e seus respectivos domínios. Esboce um desenho explicativo.
Usando tais funções $f(z)$ e $g(z)$, determine e escreva a região \mathbb{T} , usando desigualdades.
 - (b) (1 pt) Escreva o volume de \mathbb{T} , sem calcular, na forma de uma integral iterada em duas variáveis (ou reduzindo a uma, após manipulação). Escolha as variáveis—desde que corretamente.
 - (c) (1.5 pt) Calcule o volume de \mathbb{T} .
Há mais de uma maneira de fazer este cálculo: escolha uma destas.
2. Seja $a > 0$. Considere a região $R = \{(y, z) \in \mathbb{R}^2; y^2 + z^2 \leq a^2, 0 \leq y \leq z\}$.
 - (a) (1 pt) Calcule a coordenada \bar{y} do centróide de R (primeira coordenada do centróide no sistema (y, z)). Se você usar uma mudança de coordenadas, escreva explicitamente tal mudança, explicitando a fórmula e o domínio.
 - (b) Seja U o sólido obtido pela rotação de R em torno do eixo z .
 - i. (1.5 pt) Escreva o volume de U , como soma de integrais iteradas—necessário— usando obrigatoriamente coordenadas polares r, θ . Neste item não é para calcular a integral.
Esboce um desenho explicativo das regiões (do espaço) que você está considerando para fazer o cálculo, apontando U no desenho.
 - ii. (1 pt) Calcule o volume de U , usando o método que você escolher.
3. Considere a região limitada U do espaço delimitada pelo parabolóide de equação $z = x^2 + y^2$ e pelo plano de equação $z = y + 2$.
 - (a) (1.5 pt) Determine e escreva U , usando desigualdades.
Explicite a região R do plano xy obtida pela projeção ortogonal de U no plano xy , usando também desigualdades. Esboce um desenho de U e de R .
 - (b) (1.5 pt) Calcule o volume de U .