



P2 de MAT1173
Cálculo Especial Integral a Várias Variáveis
Período: 2008.1
Data: 12 de maio de 2006

Nome: _____ Matrícula: _____
Assinatura: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	4.0		
2	2.5		
3	3.5		
Total	10.0		

Instruções

- Não é permitido usar calculadora.
- O aluno deve fazer a prova na turma em que está matriculado.
- **Justifique *corretamente* todas as respostas em todas as questões.**
- **Verifique cada resposta para detectar possíveis erros.**
- A duração da prova é de 1 hora e cinquenta minutos.

Questões

- Seja $a > 0$ um número real positivo. Seja h um número real satisfazendo $0 < h < a$. Considere a região U do espaço definida por $U := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2 \text{ e } 0 \leq z \leq h\}$.
 - (0.5 pt) Esboce um desenho da região U .
 - (1.5 pt) Calcule o volume de U em função de a e h . *Sugestão: não use coordenadas esféricas.*
 - (2 pt) Calcule as coordenadas do centróide de U em função de a e h .
 - (ponto extra)
 - Dada uma região U de \mathbb{R}^3 cujo centróide tem coordenadas $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ calcule as coordenadas do centróide de $W = U + (a_1, a_2, a_3) := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x = x_0 + a_1, y = y_0 + a_2, z = z_0 + a_3, (x_0, y_0, z_0) \in U\}$, onde a_1, a_2, a_3 são números reais dados. Em particular, calcule as coordenadas do centróide de $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 \leq a^2 \text{ e } 0 \leq z \leq h+1\}$.
 - Calcule o volume de U (definido no início da questão) usando obrigatoriamente coordenadas esféricas.
- Considere a curva C parametrizada por $\alpha(t) = (\cos^3 t, \sin^3 t), t \in [0, \pi/2]$.
 - (1.5 pt) Esboce um desenho de C , explicitando a orientação de C no intervalo $(0, \pi/2)$. Calcule o comprimento de C .
 - (1 pt) Calcule o trabalho W_C realizado pelo campo $F(x, y) = (y, x)$ ao longo de C .
 - (ponto extra) Escreva C na forma implícita $f(x, y) = 0$, onde $f(x, y)$ é uma função real nas variáveis x, y a determinar.
- Considere o campo $F(x, y) = \left(2x - \frac{e^{-x} \ln(1+y^2)}{2}, \frac{ye^{-x}}{1+y^2} + e^y \sin y + e^y \cos y \right)$.
 - (1 pt) Determine se $F(x, y)$ é conservativo ou não, delineando uma justificativa correta.
 - (2.5 pt) Caso $F(x, y)$ seja conservativo, calcule todas as suas funções potenciais associadas. Verifique o seu resultado.