

PROVA 1 DE GEOMETRIA DIFERENCIAL 2007

PROFESSOR RICARDO SA EARP

ESCREVA CORRETAMENTE E CLARAMENTE TODOS OS DESENVOLVIMENTOS NA PROVA COM RIGOR LÓGICO E JUSTIFICATIVA.

(1) **Escolha 4 dentre as 5 questões abaixo.**

Responda verdadeiro ou falso. Caso falso exiba um contra-exemplo. Caso verdadeiro escreva uma dedução sucinta e rigorosa.

- (a) A curva paralela $C(s)$ a uma curva regular (suave) fechada C parametrizada por $\alpha : I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ (I é um intervalo fechado da reta) definida por

$$\alpha_s(t) = \alpha(t) + s \vec{n}, t \in I$$

onde \vec{n} é um campo de vetores normais unitários ao longo de α , é também uma curva regular para s suficientemente pequeno.

- (b) Levando em conta o item anterior, segue a curvatura κ_s da paralela $C(s)$ *decrece para s suficientemente pequeno.*
- (c) Levando em conta o item (a) e tomando $I = [0, 1]$ e assumindo que C seja simples, fechada e estritamente convexa, segue então que *o comprimento $L(s)$ da curva paralela $C(s)$ é uma função linear de s .*
- (d) Existe uma função suave $f : [a, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, satisfazendo $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$; tal que *a curvatura κ do gráfico de f é limitada inferiormente, i.e $\kappa(x) \geq c > 0, \forall x \in [a, \infty)$ ($c \in \mathbb{R}$).*
- (e) A curvatura κ de uma curva regular C parametrizada pelo comprimento de arco s por $\alpha : I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$, com $\alpha''(s) \neq 0$; satisfazendo a propriedade de que o vetor velocidade (em todo ponto) faz um ângulo $\pi/4$ com o eixo dos z (orientado pelo vetor $(0, 0, 1)$), e a curvatura κ_π da projeção ortogonal desta curva no plano xy tem razão $\frac{\kappa}{\kappa_\pi} < 1$ e esta razão é constante.