INTRODUÇÃO ÀS SUPERFÍCIES COM CURVATURA MÉDIA 1 NO ESPAÇO HIPERBÓLICO -2001.1– Lista2

Professor: Ricardo Sá Earp

1) Exibir as conexões Riemannianas de $\mathbb{H}^3$ e B^3 (modelo do semi-espaço e da bola do espaço hiperbólico, respectivamente). Explicite uma isometria entre $\mathbb{H}^3$ e B^3, dando uma interpretação geométrica.
2) Defina o *cilindro hiperbólico* $\mathcal{C}$ em $\mathbb{H}^3$ e $\mathbb{H}^{n+1}$ (veja ref. 1). Calcule a curvatura média de $\mathcal{C}$ analisando o seu sinal. Analise o vetor curvatura média de $\mathcal{C}$. Desenhe vários cilindros hiperbólicos, nos modelos do semi-espaço e da bola.
3) Mostre que $\mathbb{H}^3$ é homogêneo no sentido que dados dois pontos p e q existe uma isometria positiva de$\mathbb{H}^3$ que leva p em q. Além disso, mostre que a isometria pode ser escolhida de maneira que leva uma dada base ortornormal positiva α de $T_p\mathbb{H}^3$ numa dada base ortonormal β de $T_q\mathbb{H}^3$.
4) Mostre que uma isometria positiva de $\mathbb{H}^3$ é a composta de um número par de inversões .
5) Encontre as isometrias positivas de $\mathbb{H}^3$ que deixam um dado plano totalmente geodésico Π globalmente fixado.
6) Encontre as isometrias positivas de $\mathbb{H}^3$ que deixam uma determinada geodésica γ globalmente fixada.
7) Classifique as superfícies totalmente umbílicas de $\mathbb{H}^3$, apresentando duas demonstrações distintas.
10) Classifique as superfícies isoparamétricas de $\mathbb{H}^3$ (veja ref. 1).
9) Discuta amplamente as relações entre as superfícies mínimas simplesmente conexas de $\mathbb{R}^3$ e suas *associadas* com curvatura média 1 (simplesmente conexas) de $\mathbb{H}^3$.

BIBLIOGRAFIA

1. Marcos Alexandrino. *Hipersuperfícies de nível de uma função transnormal.* Dissertação de mestrado, PUC-Rio, 1997.

2. João L. Barbosa, Ricardo Sá Earp. *Geometric methods and nonlinear analysis.* X Escola de Geometria Diferencial, UFMG, 20 à 24 de julho de 1998.

3. Manfredo P. do Carmo. *Geometria Riemanniana.* Projeto Euclides, 1998.

4. Noel J. Hicks. *Notes on differential geometry* . Van Nostrand, 1965.

5. Heinz Hopf. *Differential geometry in the large.* Lecture Notes in Mathematics, **1000**. Springer, 1989.

6. J. Ordóñes. *Superfícies helicoidais com curvatura constante no espaço de formas tridimensionais.* Doctoral Thesis, PUC-Rio, (1995).

7. John G. Ratcliffe. *Foundations of hyperbolic manifolds.* Springer, 1994.

8. Ricardo Sá Earp et Eric Toubiana. *Introduction à la géométrie hyperbolique et aux surfaces de Riemann.* Diderot multimedia, 1997.

9. Michael Spivak. *A comprehensive introduction to differential geometry* , second edition. Publish or Perish, 1979.