

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: 33 _____

Se você não está obrigado a fazer esta prova e não deseja que ela seja considerada,

escreva ao lado e a caneta “NÃO CORRIGIR”: _____

Cabeçalho mal-preenchido implica perda de meio ponto! Consulta, calculadora e celular são proibidos. Justifique as questões de forma clara. Escreva a resolução de cada questão na folha correspondente; você pode usar o verso. Proibido destacar as folhas da prova.

Escreva as respostas finais a caneta.

Questão	1	2	3	4	5	6	Total
Valor:	1	2	2½	1	2	1½	10
Nota:							

1. [1 pt] Considere o PVI:

$$\begin{cases} y' = \operatorname{sen} y \\ y(0) = 10 \end{cases}$$

Determine $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t)$. Justifique.

(Dica: Não é necessário encontrar a fórmula da solução $y(t)$.)

2. Um objeto em queda é sujeito a uma força de atrito proporcional à velocidade. Sendo v a velocidade (para baixo) em m/s e t o tempo em s, suponha que vale a EDO:

$$\frac{dv}{dt} = g - \gamma v, \quad \text{com } g = 10 \text{ e } \gamma = 0,1.$$

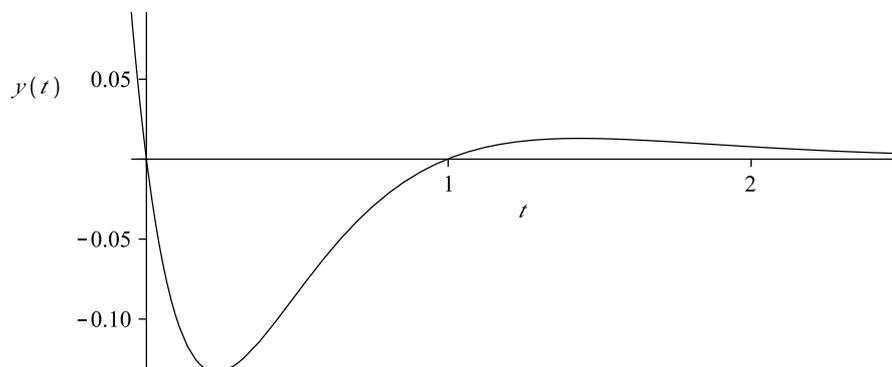
Suponha ainda que em $t = 0$ o objeto tem velocidade 0.

- (a) [1½ pt] Encontre a expressão de $v(t)$.
- (b) [½ pt] Em que instante de tempo a velocidade atinge 80% de seu valor limite? (Dê uma resposta numérica ou, se isto não for possível, deixe a resposta indicada.)

3. Considere a EDO $y'' + 6y' + 9y = 3e^{-3t}$.

(a) [2 pt] Encontre a solução geral.

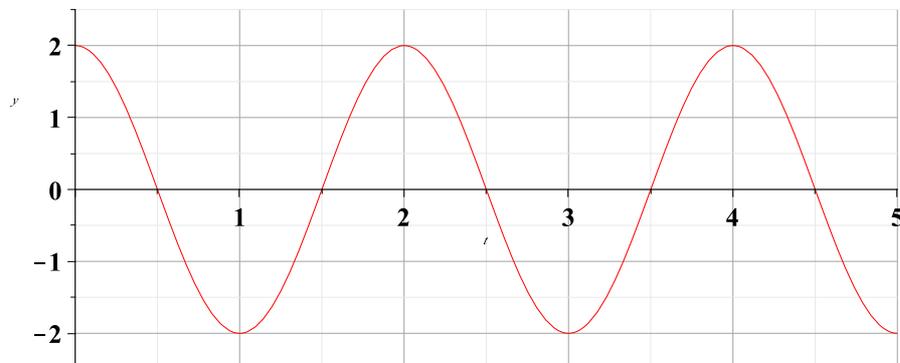
(b) [$\frac{1}{2}$ pt] Encontre a expressão da solução particular cujo gráfico é mostrado abaixo.



4. [1 pt] Um sistema massa-mola sem atrito é governado pela EDO:

$$my''(t) + ky(t) = 0.$$

Suponha que a função $y = y(t)$ com o gráfico abaixo é uma solução:



Com base nisso, é possível afirmar que existe uma relação entre m e k ? Qual?

5. [2 pt] Encontre todos os pontos de equilíbrio do sistema de EDO's abaixo, e classifique (se possível) cada um desses pontos como atrator, repulsor, sela ou centro.

$$\begin{cases} x' = (2-x)(y-x) \\ y' = 1-x-y \end{cases}$$

6. [$1\frac{1}{2}$ pt] Dois tanques A e B são interligados. Inicialmente o tanque A contém 5 litros de uma solução contendo 300 mg de sal, e o tanque B contém 10 litros de água pura (sem sal). Há duas bombas com vazão de $20\ell/h$: uma bombeia a mistura do tanque A para o tanque B , e a outra bombeia a mistura do tanque B para o tanque A . Indique por $x(t)$ e $y(t)$ as quantidades de sal (em miligramas) após t horas nos tanques A e B , respectivamente. Determine $x(t)$ e $y(t)$.