

**5ª lista de Introd. à Análise 2009/2**  
20/10      Prazo para entrega: 29/10

**Séries**

**Determine quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas. (Evidentemente, você deve provar umas e encontrar contra-exemplos para outras.)**

1. Se  $\sum a_n$  é absolutamente convergente então  $\sum a_n^2$  também é.
2. Se  $(a_n)$  é uma sequência de números positivos que tende a zero então a série  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$  é convergente.
3. Suponha que  $(a_{m,n})_{m,n \in \mathbb{N}}$  é uma “sequência dupla” satisfazendo às condições seguintes:
  - para cada  $m \in \mathbb{N}$ , a série  $\sum_{n=1}^{\infty} a_{m,n}$  é convergente, com valor  $s_m$ ;
  - existe  $s = \lim_{m \rightarrow \infty} s_m$ ;
  - para cada  $n \in \mathbb{N}$ , existe  $b_n = \lim_{m \rightarrow \infty} a_{m,n}$ .

Então a série  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  converge e seu valor é  $s$ . Em resumo,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lim_{m \rightarrow \infty} a_{m,n} = \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{m,n}.$$

4. A série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

é convergente.