1ª prova de Introd. à Análise – EXTRA – 28/09/2009

Nome: ______________________________________

1. Seja uma família de conjuntos $A_{\lambda,\mu}$ onde $(\lambda, \mu) \in L \times M$. Defina os conjuntos:

$$X = \bigcup_{\lambda \in L} \left(\bigcap_{\mu \in M} A_{\lambda,\mu} \right), \quad Y = \bigcap_{\mu \in M} \left(\bigcup_{\lambda \in L} A_{\lambda,\mu} \right).$$

a) Vale necessariamente que $X \subset Y$? (Prove ou dê contra exemplo).

b) Vale necessariamente que $Y \subset X$? (Prove ou dê contra exemplo).

2. Prove que todo subconjunto finito não-vazio de $\mathbb{N}$ tem um máximo.

3. Seja A um conjunto não-enumerável, e B um subconjunto de A que é infinito-enumerável. Prove que $A \setminus B$ e A têm a mesma cardinalidade (isto é, existe uma bijeção entre os dois).

4. Seja X um conjunto não-vazio qualquer, e K um corpo. Seja F o conjunto de todas as funções $f : X \to K$. Dados f, $g \in F$, definimos novos elementos $f + g$ e $f \cdot g$ de F assim:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x), \quad (f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x).$$

Diga (e justifique) quais aximoas de corpo são válidos e quais não são para F com relação a essas operações.