

MAT1605 - Introdução à Análise

Prof: Flávio Abdenur

22/09/2010

Horário: 15:00 – 17:00

### Prova 1

(O valor de cada questão está entre colchetes, no início de cada enunciado.)

1. [1,5] Um natural  $p \geq 2$  é dito um *primo* se é divisível apenas por 1 e por  $p$ . Demonstre o *Teorema Fundamental da Aritmética*: dado qualquer natural  $n \geq 2$ , então  $n$  é o produto de finitos primos (*não demonstre a unicidade*).
2. [2,0] Mostre que os conjuntos  $\mathbb{R}$  e  $\mathbb{R}^2$  têm a mesma cardinalidade.
3. [2,5] Enuncie e demonstre o Teorema dos Intervalos Encaixados.
4. [2,0] Mostre que dada uma sequência  $\{x_n\}$  que enumera os racionais, então o conjunto de seus pontos de aderência é  $\mathbb{R}$ .
5. [2,0] Mostre que a sequência

$$x_n = \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{2k+1}$$

é convergente, e que seu limite é um número no intervalo aberto  $(0, 1)$ .