

P4 de Equações diferenciais e de diferenças

MAT 1154 — 2007.2

Data: 1 de dezembro de 2007

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Nota	Revisão
1a	2.0		
1b	2.0		
1c	2.0		
2	2.0		
3a	1.0		
3b	1.0		
Total	10.0		

## Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- Não destaque as folhas da prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou caneta preta. Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Resolva os problemas de valor inicial abaixo:

(a)

$$y''(t) + 6y'(t) + 10y(t) = 5e^{-t}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

(b)

$$\frac{1}{81}y''(t) - \frac{1}{9}y(t) = \begin{cases} 1 - t^2, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & t \geq 1, \end{cases}$$

$$y(0) = -7, \quad y'(0) = 0.$$

(c)

$$y'(t) - Ay(t) = b(t), \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad b(t) = \begin{pmatrix} 1 - 5t \\ -1 + 5t \end{pmatrix}, \quad y(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2. A seqüência  $(y_n)$  satisfaz

$$y_{n+2} = 13y_{n+1} - 36y_n, \quad y_0 = 5, \quad y_1 = 7.$$

Calcule

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{y_{n+1}}{y_n}.$$

3. Determine o coeficiente  $a_n$  da expansão em série de potências

$$f(t) = a_0 + a_1t + \cdots + a_nt^n + \cdots$$

para cada uma das funções abaixo:

(a)

$$f(t) = \frac{1}{1-t^2}.$$

(b)

$$f(t) = \int_0^t \frac{e^\tau - 1}{\tau} d\tau.$$