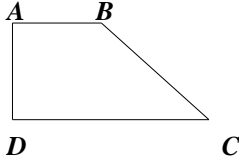


## II OLIMPÍADA DE MAIO

Primeiro nível – maio de 1996

### PROBLEMA 1



Um terreno ( $ABCD$ ) tem forma de trapézio

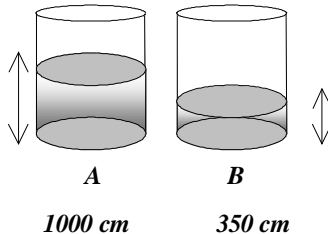
Retangular. O ângulo em  $A$  mede  $90^\circ$  e o triângulo em  $D$  mede  $90^\circ$ .  $AB$  mede  $30m$ ;  $AD$  mede  $20m$  e  $DC$  mede  $45m$ .

Este terreno tem que ser dividido em dois terrenos de área iguais traçando uma paralela ao lado  $AD$ . A que distância de  $D$  deve-se traçar a paralela?

### PROBLEMA 2

Considerando os números naturais de três dígitos, em quantos deles ao somar dois dos dígitos se obtém o dobro do terceiro? Justifique a sua resposta.

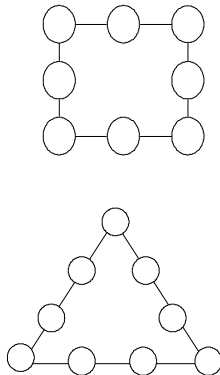
### PROBLEMA 3



$A$  e  $B$  são dois recipientes cilíndricos que contêm água. A altura da água em  $A$  é  $1000\text{ cm}$  e, em  $B$ ,  $350\text{ cm}$ . Utilizando uma bomba, se transfere a água do  $A$  para  $B$ . No recipiente  $A$ , a altura da água diminui  $4\text{ cm}$  por minuto e, em  $B$ , aumenta  $9\text{ cm}$  por minuto.

Depois de quanto tempo, desde que se começou a usar a bomba, as alturas em  $A$  e em  $B$  serão iguais?

### PROBLEMA 4



a) Neste desenho, há três círculos ao longo de cada lado do quadrado.

Coloque um número natural em cada um dos círculos de maneira que a soma dos números de dois círculos consecutivos seja sempre ímpar.

b) Neste desenho, há agora quatro círculos ao longo de cada lado do triângulo. Justifique por que não se pode colocar um número natural em cada um dos círculos de maneira que a soma dos números de dois círculos consecutivos seja sempre ímpar.

c) Se você faz um polígono de 51 lados e ao longo de cada lado coloca 50 círculos, de modo em que cada vértice exista um círculo. Você poderia colocar um número natural em cada círculo de maneira que a soma dos números dos círculos consecutivos seja sempre ímpar? Por que?

### PROBLEMA 5

Num jogo eletrônico de perguntas e respostas, por cada resposta certa do jogador se somam 5 pontos na tela, por cada resposta errada se retiram 2 pontos e quando o jogador não responde, não se soma nem se retira pontos.

Cada jogo tem 30 perguntas.

Francisco fez 5 jogos todos com a mesma pontuação, maior que zero, mas a quantidade de acertos, erros e perguntas sem resposta em cada jogo foi diferente.

Diga todas as possíveis pontuações que Francisco pode ter obtido.

## II OLIMPÍADA DE MAIO

*Segundo nível – maio de 1996*

### PROBLEMA 1

Num retângulo  $ABCD$ ,  $AC$  é uma diagonal.

Uma reta  $r$  se move paralelamente a  $AB$ , formando dois triângulos opostos pelo vértice, interiores ao retângulo.

Prove que a soma das áreas destes triângulos é mínima quando  $r$  passa pelo ponto médio do segmento  $AD$ .

### PROBLEMA 2

Colando-se  $15^3 = 3375$  cubos de  $1\text{cm}^3$  podemos construir corpos de  $3375\text{ cm}^3$  de volume.

Diga como se constroem dois corpos  $A$  e  $B$  com 3375 cubos cada um e tais que a superfície lateral de  $B$  seja 10 vezes a superfície lateral de  $A$ .

### PROBLEMA 3

Natália e Marcela contam de 1 em 1 começando juntas desde o número 1, mas a velocidade de Marcela é o triplo da velocidade de Natália (quando Natália diz o segundo número, Marcela diz o quarto número). Quando a diferença dos números que elas dizem em uníssono é algum dos múltiplos de 29, entre 500 e 600, Natália segue fazendo a conta normalmente e Marcela começa a contar de maneira descendente de modo que, num momento, as duas dizem em uníssono o mesmo número. Qual é o número?

### PROBLEMA 4

Seja  $ABCD$  um quadrado e  $F$  um ponto qualquer do lado  $BC$ . Se traça por  $B$  a perpendicular à reta  $DF$  que corta a reta  $DC$  em  $Q$

Quanto mede o ângulo  $FQC$ ?

### PROBLEMA 5

Considere um tabuleiro quadriculado de  $10 \times 10$ . Um "movimento" no tabuleiro se faz avançando 7 quadros para a direita e 3 quadros para baixo. No caso de se sair por uma linha se continua pelo começo (esquerda) da mesma linha e no caso de acabar uma coluna se continua pelo começo da mesma coluna (acima).

Onde se deve começar para que depois de 1996 movimentos terminemos num vértice?