

2ª Fase da Olimpíada Regional de Matemática Santa Catarina - 1999 - Nível 2

Instruções:

- Resolva uma questão por folha de papel almaço. Escreva seu nome em cada folha que usar.
- É proibido o uso de calculadora, computador ou régua de cálculo. É permitido o uso de régua, esquadro ou compasso.
- **Tudo que você escrever deve ser justificado.** Se você vier a perceber generalização em qualquer questão, não deixe de mencioná-la na folha correspondente.
- Todas as questões têm o mesmo valor.
- Entregue também as suas folhas de rascunho.
- Duração da prova: **4 horas**.

-
1. Dois números naturais são tais que a diferença de seus quadrados é 37. Quais são os números?
 2. João foi à loja de produtos agrícolas comprar animais para o sítio de seu pai. Para comprar os animais seu pai lhe deu R\$ 100,00, mas fez as seguintes exigências:
 - 1º) Gastar todo dinheiro até o último centavo.
 - 2º) Comprar exatamente 100 animais (vivos!).
 - 3º) Comprar pelo menos um ganso, um pato e um pintinho.
 - 4º) Comprar somente gansos, patos e pintinhos.

Ao chegar à loja João foi informado que cada ganso custava R\$ 10,00, cada pato custava R\$ 3,00 e cada pintinho custava R\$ 0,50. Determine se é possível atender as exigências com estes preços. Se for possível, quantos animais de cada espécie João deve comprar?

3. João pretendia comprar 4 pares de meias pretas e alguns pares de meias azuis. Na hora do pedido ser anotado as cores foram trocadas. As meias pretas custam o dobro das meias azuis. Com esta troca, a compra ficou 50% mais cara. Qual a quantidade de meias azuis que João pretendia comprar?
4. Temos 1999 peças no formato da figura abaixo (Fig.1) e desejamos fazer o maior quadrado possível, sem buracos ou superposições. Quantas peças sobram?

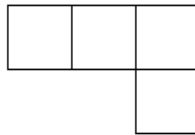


Fig.1

5. Duas pessoas jogam um jogo que consiste em citar, alternadamente, datas (mês e dia). O primeiro jogador começa dizendo janeiro e um dia deste mês, por exemplo, janeiro 14. O segundo jogador deve responder com uma data posterior à data citada pelo primeiro jogador, deixando inalterado ou o dia ou o mês já citados. Assim, seguindo o exemplo, o segundo jogador poderia dizer janeiro 20 ou abril 14, etc. Uma rodada poderia transcorrer assim: janeiro 14, abril 14, abril 27, abril 30, junho 30, ... O vencedor é aquele que primeiro puder citar a data dezembro 31. Qual dos jogadores pode sempre ganhar e qual a estratégia que ele deve usar para ganhar?