

XX OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

Primeira Fase – Nível 1 – 1998

01. Qual dos números a seguir é o maior?

- A) 3^{45}
- B) 9^{20}
- C) 27^{14}
- D) 243^9
- E) 81^{12}

02. Um menino joga três dados e soma os números que aparecem nas faces voltadas para cima. O número dos diferentes resultados dessa adição é:

- A) 12
- B) 18
- C) 216
- D) 16
- E) 15

03. Renata digitou um número em sua calculadora, multiplicou-o por 3, somou 12, dividiu o resultado por 7 e obteve o número 15. O número digitado foi:

- A) 31
- B) 7
- C) 39
- D) 279
- E) 27

04. Numa competição de ciclismo, Carlinhos dá uma volta completa na pista em 30 segundos, enquanto que Paulinho leva 32 segundos para completar uma volta. Quando Carlinhos completar a volta número 80, Paulinho estará completando a volta número:

- A) 79
- B) 78
- C) 76
- D) 77
- E) 75

05. Elevei um número positivo ao quadrado, subtraí do resultado o mesmo número e o que restou dividi ainda pelo mesmo número. O resultado que achei foi igual:

- A) Ao próprio número
- B) Ao dobro do número
- C) Ao número mais 1
- D) À raiz quadrada do número
- E) Ao número menos 1

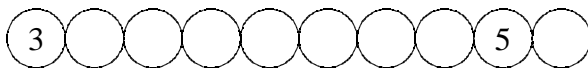
06. Quantos números de 3 algarismos existem cuja soma dos algarismos é 25 ?

- A) 2
- B) 4
- C) 6
- D) 8
- E) 10

07. João é mais velho que Pedro, que é mais novo que Carlos; Antônio é mais velho do que Carlos, que é mais novo do que João. Antônio não é mais novo do que João e todos os quatro meninos têm idades diferentes. O mais jovem deles é:

- A) João
- B) Antônio
- C) Pedro
- D) Carlos
- E) impossível de ser identificado a partir dos dados apresentados

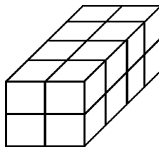
08. Escreva um número em cada círculo da fila abaixo, de modo que a soma de três números quaisquer vizinhos (consecutivos) seja 12.



No último círculo à direita deve estar escrito o número:

- A) 3
- B) 2
- C) 1
- D) 4
- E) 7

09. Dezesesseis cubos de 1cm de lado são colocados juntos, formando o paralelepípedo representado abaixo.



A superfície do mesmo foi pintada de verde e, em seguida, os cubos foram separados. O número de cubos com exatamente duas faces verdes é:

- A) 2
- B) 6
- C) 4
- D) 8
- E) 10

10. Uma fazenda retangular que possui 10 km de largura por 20 km de comprimento foi desapropriada para reforma agrária. Se a fazenda deve ser dividida para 200 famílias de modo que todas as famílias recebam a mesma área, então cada família deve receber:

- A) 1.000.000 m²
- B) 100.000 m²
- C) 5.000 m²
- D) 1.000 m²
- E) 10.000 m²

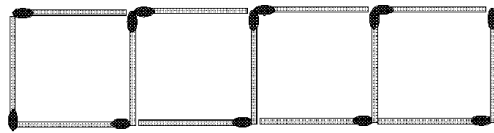
11. Um estacionamento para carros cobra 1 real pela primeira hora e 75 centavos a cada hora ou fração de hora seguinte. André estacionou seu carro às 11h 20min e saiu às 15h 40min. Quantos reais ele deve pagar pelo estacionamento?

- A) 2,50
- B) 4,00
- C) 5,00
- D) 4,75
- E) 3,75

12. Para fazer 12 bolinhos, preciso exatamente de 100g de açúcar, 50g de manteiga, meio litro de leite e 400g de farinha. A maior quantidade desses bolinhos que serei capaz de fazer com 500g de açúcar, 300g de manteiga, 4 litros de leite e 5 quilogramas de farinha é:

- A) 48
- B) 60
- C) 72
- D) 54
- E) 42

13. Joãozinho brinca de formar quadrados com palitos de fósforo como na figura a seguir.



A quantidade de palitos necessária para fazer 100 quadrados é:

- A) 296
- B) 293
- C) 297
- D) 301
- E) 28

14. A soma de todos os números ímpares de dois algarismos menos a soma de todos os números pares de dois algarismos é:

- A) 50
- B) 46
- C) 45
- D) 49
- E) 48

15. O número que devemos somar ao numerador e subtrair do denominador da fração $\frac{1478}{5394}$ para transformá-la na sua inversa é:

- A) 3.916
- B) 3.913
- C) 3.915
- D) 3.912
- E) 3.917

16. O alfabeto usado no planeta X tem somente duas letras: X e x. O sobrenome (nome de família) de cada um de seus habitantes é uma seqüência formada por 4 letras. Por exemplo, xXxx é um possível sobrenome utilizado nesse planeta. O maior número de sobrenomes diferentes que podem ser dados no planeta X é:

- A) 12
- B) 14
- C) 15
- D) 16
- E) 18

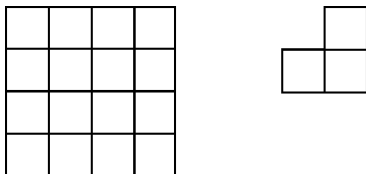
17. João quer desfazer-se de sua coleção de 1.000 bolinhas. Para tanto escolhe dez garotos da rua onde mora. Dá ao primeiro garoto x bolinhas, ao segundo $x + 1$ bolinhas. Assim faz até chegar ao décimo garoto. Sempre dá uma bolinha a mais para o próximo garoto. No final, João ainda fica com um resto de bolinhas. Sendo x o número que deixa João com o menor resto possível, x é igual a:

- A) 94
- B) 95
- C) 96
- D) 97
- E) 98

18. No planeta Z todos os habitantes possuem 3 pernas e cada carro possui 5 rodas. Em uma pequena cidade desse planeta, existem ao todo 97 pernas e rodas. Então podemos afirmar:

- A) É possível que existam 19 carros nessa cidade
- B) Existem no máximo 16 carros nessa cidade
- C) Essa cidade tem 9 habitantes e 14 carros
- D) Essa cidade possui no máximo 17 carros
- E) Nessa cidade existem mais carros do que pessoas

19. São dados um tabuleiro e uma peça, como mostra a figura.



De quantas maneiras diferentes podemos colocar a peça no tabuleiro, de modo que cubra completamente 3 casas?

- A) 16
- B) 24
- C) 36
- D) 48
- E) 60

20. Pedro e Maria formam um estranho casal. Pedro mente às quartas, quintas e sextas-feiras, dizendo a verdade no resto da semana. Maria mente aos domingos, segundas e terças-feiras, dizendo a verdade no resto da semana. Certo dia, ambos dizem: "Amanhã é dia de mentir". O dia em que foi feita essa afirmação era:

- A) segunda-feira
- B) terça-feira

- C) sexta-feira
- D) sábado
- E) domingo

XX OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
Primeira Fase – Nível 2 – 1998

1. Quantos são os números inteiros x que satisfazem à inequação

$$3 < \sqrt{x} < 7?$$

- A) 13
- B) 26
- C) 38
- D) 39
- E) 40

02. Hoje é sábado. Que dia da semana será daqui a 99 dias?

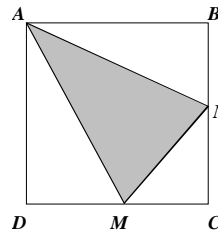
- A) segunda-feira
- B) sábado
- C) domingo
- D) sexta-feira
- E) quinta-feira

03. Anulada.

04. Um pai tem 33 anos e seu filho, 7 anos. Depois de quantos anos a idade do pai será o triplo da idade do filho?

- A) 3
- B) 7
- C) 6
- D) 9
- E) 13

05. O quadrilátero $ABCD$ é um quadrado de área 4m^2 . Os pontos M e N estão no meio dos lados a que pertencem. Podemos afirmar que a área do triângulo em destaque é, em m^2 ,



- A) 2
- B) 1,5
- C) 2,5
- D) 3
- E) 3,5

06. Qual é o dígito das unidades do número 3^{1998} ?

- A) 1
- B) 3
- C) 5
- D) 7
- E) 9

07. Num código secreto, as 10 primeiras letras do nosso alfabeto representam os algarismos de 0 a 9, sendo que a cada letra corresponde um único algarismo e vice-versa. Sabe-se que $d + d = f$, $d \cdot d = f$, $c + c = d$, $c + d = a$ e $a - a = b$. Podemos concluir que $a + b + c + d$ é igual a:

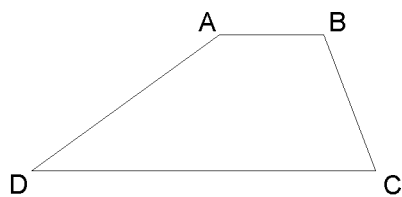
- A) 0
- B) 2

- C) 4
- D) 6
- E) 8

08. O número $1234a6$ é divisível por 7. O algarismo a vale:

- A) 0
- B) 2
- C) 5
- D) 6
- E) 8

09. No trapézio abaixo, têm-se: AB paralelo a CD , $AD = 10$ cm e $CD = 15$ cm. O ângulo C mede 75° e o ângulo D , 30° . Quanto mede o lado AB , em centímetros?



- A) 5
- B) 7,5
- C) 10
- D) 12,5
- E) $5\sqrt{3}$

10. No quadrado mágico abaixo, a soma dos números em cada linha, coluna e diagonal é sempre a mesma. Por isso, no lugar do X devemos colocar o número:

15		35
50		
25	X	

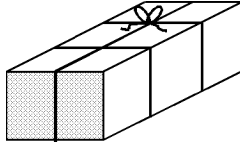
- A) 30
- B) 20
- C) 35
- D) 45
- E) 40

11. Passarinhos brincam em volta de uma velha árvore. Se dois passarinhos pousam em cada galho, um passarinho fica voando. Se todos os passarinhos pousam, com três em um mesmo galho, um galho fica vazio. Quantos são os passarinhos?

- A) 6
- B) 9
- C) 10

- D) 12
E) 15

12. Pelo menos quantos metros de barbante são necessários para amarrar 15 pacotes, conforme a figura, sabendo que cada pacote mede $10\text{cm} \times 20\text{cm} \times 40\text{cm}$, sendo reservados 20cm para o laço?



- A) 39
B) 36
C) 48
D) 56
E) 42

13. Para assistir ao filme *Central do Brasil*, cada um dos x alunos de uma turma deveria pagar y reais pelo frete do ônibus. Como faltaram 3 alunos, cada um dos alunos presentes teve que pagar 2 reais a mais para cobrir o preço do frete. Qual foi esse preço?

- A) $(x + 3)(y - 2)$
B) $(x - 3)y + 2$
C) $x(y + 2) - 3$
D) $xy - 6$
E) $(x - 3)(y + 2)$

14. Seu Horácio resolveu incrementar a venda de CDs em sua loja e anunciou uma liquidação para um certo dia, com descontos de 30% sobre o preço das etiquetas. Acontece que, no dia anterior à liquidação, seu Horário aumentou o preço marcado nas etiquetas, de forma que o desconto verdadeiro fosse de apenas 9%. De quanto foi o aumento aplicado por seu Horácio?

- A) 30%
B) 39%
C) 21%
D) 40%
E) 31%

15. Um fabricante de brinquedos embala bolas de pingue-pongue em dois tipos de caixas. Num dos tipos ele coloca 10 bolas e no outro coloca 24 bolas. Num certo dia foram embaladas 198 bolas e usadas mais de 10 caixas. Quantas caixas foram feitas nesse dia?

- A) 14
B) 16
C) 15
D) 17
E) 11

16. Coloque em cada quadradinho, no desenho a seguir, os algarismos 1, 2, 3, 4 ou 5, de forma que cada um deles apareça pelo menos uma vez e que o número formado seja o maior possível e múltiplo de 9.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

No número que você construiu, o algarismo mais repetido apareceu:

- A) 6 vezes
- B) 5 vezes
- C) 4 vezes
- D) 3 vezes
- E) 2 vezes

17. Observe as igualdades a seguir:

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$5^2 + 12^2 = 13^2$$

$$7^2 + 24^2 = 25^2$$

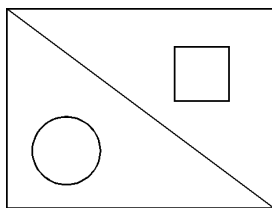
$$9^2 + 40^2 = 41^2$$

...

Considere a igualdade $17^2 + x^2 = y^2$ com base nos exemplos anteriores, procure determinar os números naturais x e y . Podemos concluir que $x + y$ é igual a:

- A) 289
- B) 121
- C) 81
- D) 144
- E) 196

18. Você vai pintar a bandeira abaixo utilizando 4 cores: azul, verde, amarelo e vermelho, uma em cada região.



Se o vermelho e o amarelo não podem ficar juntos, de quantas maneiras pode ser pintada a bandeira?

- A) 12
- B) 4
- C) 18
- D) 20
- E) 16

19. Um crime é cometido por uma pessoa e há quatro suspeitos: André, Eduardo, Rafael e João. Interrogados, eles fazem as seguintes declarações:

- André: Eduardo é o culpado.
- Eduardo: João é o culpado.

–Rafael: Eu não sou culpado.

–João: Eduardo mente quando diz que eu sou culpado.

Sabendo que apenas um dos quatro disse a verdade, quem é o culpado?

A) André.

B) Eduardo.

C) Rafael.

D) João.

E) Não se pode saber.

20. Anulada.

01. Veja Problema 1 Nível 2.

03. Veja Problema 5 do Nível 2.

05. Veja Problema 15 do Nível 2.

02. Veja Problema 2 do Nível 2.

04. Veja Problema 6 do Nível 2.

06. – $\sqrt{0,4444\dots} =$

A) 0,2222?

B) 0,3333?

C) 0,4444?

D) 0,5555?

E) 0,6666?

07. – Veja Problema 8 do Nível 2.

08. – Todos os ângulos internos de um polígono convexo são menores que (*não podendo ser iguais* a) 160° . O número de lados desse polígono é, no máximo, igual a:

A) 12

B) 14

C) 15

D) 17

E) 18

09. – A média aritmética de seis números é 4. Quando acrescentamos um sétimo número, a nova média é 5. O número que foi acrescentado é:

A) 5

B) 6

C) 8

D) 10

E) 11

10. Veja Problema 19 do Nível 2.

11. – Em uma calculadora, a tecla A transforma o número x que está no visor em $\frac{1}{x}$ e a tecla B multiplica por 2 o número que está no visor. Se o número 2 está no visor e digitamos a sequência ABABABAB...AB (total de digitações: 998), obteremos no visor um número que é igual a:

A) 1

B) 2^{-498}

C) 2^{-500}

D) 2^{499}

E) 2^{500}

12. – Um número inteiro n é bom quando $4n + 1$ é um múltiplo de 5. Quantos números bons há entre 500 e 1.000?

A) 50

B) 51

C) 100

- D) 101
- E) 102

13.– Em um conjunto de pontos do espaço, a distância entre dois pontos diferentes quaisquer é igual a 1. O número máximo de pontos que pode haver nesse conjunto é:

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 6
- E) 8

14.– Se x homens fazem x embrulhos em x segundos, em quantos segundos y homens farão y embrulhos?

- A) y
- B) x
- C) $\frac{x^2}{y}$
- D) $\frac{y^2}{x}$
- E) $\frac{y}{x}$

15.– Você entra em um restaurante para comer pizza e espera pagar uma quantia proporcional à quantidade de comida pedida. Se uma pizza com 20 cm de diâmetro custa R\$ 3,60, quanto você espera pagar por uma outra do mesmo sabor com 30cm de diâmetro?

- A) R\$ 5,40
- B) R\$ 5,80
- C) R\$ 6,60
- D) R\$ 7,50
- E) R\$ 8,10

16.– A função f associa a cada real x o menor elemento do conjunto $\left\{ x+1, \frac{15-x}{2} \right\}$. O valor máximo de $f(x)$ é:

- A) 4
- B) 5
- C) $11/2$
- D) $16/3$
- E) $19/4$

17.– Vendi dois rádios por preços iguais. Em um deles tive lucro de 25% sobre o preço de compra e no outro tive prejuízo de 25%. Em relação ao capital investido:

- A) não tive lucro nem prejuízo
- B) lucrei 6,25%
- C) lucrei 16%
- D) tive prejuízo de 6,25%

E) tive prejuízo de 16%

18.– A respeito da resposta de um problema, Maurício, Paulo, Eduardo e Carlos fizeram as seguintes afirmações:

- Maurício: É maior que 5.
- Paulo: É menor que 10.
- Eduardo: É um número primo.
- Carlos: É maior que 12.

Entre as afirmações acima, quantas, no máximo, podem ser verdadeiras?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

19.– Os valores reais de x que satisfazem a inequação $\sqrt{x} + \sqrt{\frac{1}{x}} \leq 2$ são:

- A) $-1 \leq x \leq 1$
- B) $x = 1$
- C) $x \leq 1$
- D) $x \geq 1$
- E) $x \leq 2$

20.– De quantos modos se pode colocar na tabela abaixo duas letras A , duas letras B e duas letras C , uma em cada casa, de modo que não haja duas letras iguais na mesma coluna?

- A) 12
- B) 24
- C) 36
- D) 48
- E) 64

21.– Um viajante deveria caminhar durante uma hora num sentido entre o norte e o leste, fazendo 30° com o norte. Atrapalhou-se e caminhou uma hora num sentido entre o norte e o oeste, formando 30° com o norte. Para chegar ao seu destino, ele deve agora tomar um rumo que faça com o norte um ângulo de:

- A) 0°
- B) 30°
- C) 45°

- D) 60°
E) 90°

22.– Barcas vão do Rio a Niterói em 25 minutos e lanchas fazem a viagem em 15 minutos. A que horas a barca que partiu do Rio às 10h 01min é alcançada pela lancha que saiu do Rio às 10h 07min?

- A) 10h 15min
B) 10h 16min
C) 10h 17min
D) 10h 18min
E) 10h 20min

23.– Veja Problema 17 do Nível 2.

24.– A soma das raízes reais de $x^3 + 3x^2 + 3x - 1 = 0$ é:

- A) -3
B) $1 - \sqrt[3]{2}$
C) 1
D) $\sqrt[3]{2} - 1$
E) 3

25.– Dado um cubo, considere o conjunto de 27 pontos formado pelos vértices desse cubo, pelos pontos médios de suas arestas, pelos centros de suas faces e pelo centro do cubo. Quantas são as retas que passam por três desses pontos?

- A) 49
B) 54
C) 63
D) 81
E) 108

Respostas Nível 1:

- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| 01.– E | 06.– C | 11.– B | 16.– D |
| 02.– D | 07.– C | 12.– B | 17.– B |
| 03.– A | 08.– A | 13.– D | 18.– D |
| 04.– E | 09.– D | 14.– C | 19.– C |
| 05.– E | 10.– A | 15.– A | 20.– B |

Respostas Nível 2:

01.- D	06.- E	11.- B	16.- B
02.- C	07.- D	12.- B	17.- A
03.- Anulada	08.- D	13.- E	18.- A
04.- C	09.- A	14.- A	19.- C
05.- B	10.- B	15.- D	20.- Anulada

Respostas Nível 3:

01.- D	06.- E	11.- A	16.- D	21.- E
02.- C	07.- D	12.- C	17.- D	22.- B
03.- B	08.- D	13.- C	18.- D	23.- A
04.- E	09.- E	14.- B	19.- B	24.- D
05.- D	10.- C	15.- E	20.- D	25.- A