

# I OLIMPIÁDA DE MAIO

## PRIMEIRO NÍVEL

### PROBLEMA 1:

A direção de uma sociedade secreta é formada por 4 pessoas. Para admitir novos sócios usam os seguintes critérios:

- i) Votam somente os 4 integrantes da diretoria, podendo fazê-lo de 3 modos: a favor, contra ou abstendo-se.
- ii) Cada aspirante a sócio deve obter pelo menos 2 votos a favor e nenhum contra.

Na última reunião da diretoria examinam-se 8 pedidos de ingresso. No total de votos dados houve 23 votos a favor, 2 votos contra e 7 abstenções.

Qual é o maior e qual é o menor valor que pode ter a quantidade de pedidos de ingresso aprovados nessa ocasião?

### PROBLEMA 2:

Júlia tem 289 moedas guardadas em caixas: Todas as caixas contêm a mesma quantidade de moedas (que é maior que 1) e em cada caixa só há moedas de um mesmo país.

As moedas da Bolívia são mais de 6% do total, as do Chile mais de 12% do total, as do México mais de 24% e as do Peru mais de 36% do total. Pode Júlia ter alguma moeda do Uruguai?

### PROBLEMA 3:

Rodolfo e Gabriela têm 9 fichas numeradas de 1 a 9 e se divertem com o seguinte jogo:

Sacam alternadamente 3 fichas cada um, com as seguintes regras:

- i) Rodolfo começa o jogo, escolhendo uma ficha e nas jogadas seguintes deve sacar, a cada vez, uma ficha três unidades menor que a última ficha sacada por Gabriela.
- ii) Gabriela, em sua vez, escolhe a primeira ficha e nas vezes seguintes deve sacar, a cada vez, uma ficha duas unidades menor que a última ficha que ela mesma sacou.
- iii) Ganha o jogo quem obtiver o maior número ao somar suas três fichas.
- iv) Se o jogo não puder completar-se, há empate.

Se eles jogam sem equívocos, como deve jogar Rodolfo para estar certo de não perder?

### PROBLEMA 4:

Temos quatro triângulos equiláteros brancos de 3 cm de lados e os unimos por seus lados de forma a obter uma pirâmide de base triangular. Em cada aresta da pirâmide marcamos dois pontos vermelhos que a dividem em três partes iguais.

Numere os pontos vermelhos de modo tal que, ao percorrê-los na ordem que esses números indicam, resulte um caminho com o menor comprimento possível. Quanto mede esse caminho?

**PROBLEMA 5:**

Uma tartaruga caminha a 60 metros por hora e uma lagartixa o faz a 240 metros por hora. Ambas partem no mesmo sentido do vértice *A* de uma pista retangular de 120 metros de comprimento e 60 metros de largura, como indica a figura.

A lagartixa tem por hábito avançar dois lados consecutivos da pista, retroceder um, voltar a avançar dois. Voltar a retroceder um e assim sucessivamente.

Quantas vezes e em que lugares se encontram a tartaruga e a lagartixa enquanto a tartaruga completa sua primeira volta?



## I OLIMPÍADA DE MAIO

### SEGUNDO NÍVEL

#### PROBLEMA 1:

Verônica, Ana e Gabriela estão formando uma roda e se divertindo com o seguinte jogo. Uma delas escolhe um número e diz em voz alta; a que esta a sua esquerda o divide pelo seu maior divisor primo e diz o resultado em voz alta e assim sucessivamente. Ganhará aquela que disser em voz alta o número 1, momento em que o jogo termina.

Ana escolheu um número maior que 50 e menor que 100 e ganhou.

Verônica escolheu o número seguinte ao escolhido por Ana e também ganhou.

Determinar todos os números que possam ter sido escolhidos por Ana.

#### PROBLEMA 2:

O dono de uma loja de ferragens comprou uma partida de parafusos em caixas fechadas e os vende avulsos: nunca tem mais de uma caixa aberta. No fim da segunda-feira restam 2208 parafusos, no fim da terça-feira há ainda 1616 parafusos e no fim da quarta-feira há ainda 973 parafusos.

Para controlar os empregados, todas as noites anota a quantidade de parafusos que há na única caixa aberta. A quantidade anotada na terça-feira é o dobro da de segunda-feira.

Quantos parafusos há em cada caixa fechada se se sabe que são menos de 500?

#### PROBLEMA 3:

Considera-se inicialmente um número de três algarismos distintos, nenhum dos quais igual a zero. Trocando de lugar dois de seus algarismos, encontra-se um segundo número menor do que o primeiro.

Se a diferença entre o primeiro e o segundo números é um número de dois algarismos e a soma do primeiro e do segundo é um número capicua menor que 500, quais são os capicuas que podem ser obtidos?

Observação: Um número capicua é um número que pode ser lido indiferentemente da frente para trás ou de trás para frente, como por exemplo 191.

#### PROBLEMA 4:

Considere-se uma pirâmide cuja base é um triângulo equilátero  $BCD$  e cujas outras faces são triângulos isósceles, retângulos no vértice comum  $A$ . Uma formiga sai do

vértice  $B$  chega a um ponto  $P$  da aresta  $CD$ , dali vai a um ponto  $Q$  da aresta  $AC$  e retorna ao ponto  $B$ . Se o caminho que fez é mínimo, quanto mede o ângulo  $PQA$ ?

**PROBLEMA 5:**

Temos 105 moedas, entre as quais sabemos que há três falsas. As moedas autênticas possuem todas o mesmo peso, que é maior que o das falsas, as quais também tem pesos iguais. Determine de que maneira se podem selecionar 26 moedas autênticas realizando apenas duas pesagens em uma balança de dois pratos.