

**OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA 1997**  
**JÚNIOR**

**1ª Fase: 4 de outubro**

- *Esta prova tem 20 questões*
- *Entregue apenas a folha de respostas*
- *Duração da prova: 3 horas e meia*

1) O número  $N$  tem três algarismos. O produto dos algarismos de  $N$  é 126 e a soma dos dois últimos algarismos de  $N$  é 11. O algarismo das centenas de  $N$  é:

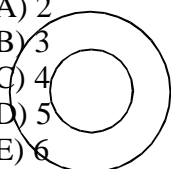
- A) 2                  B) 3                  C) 6                  D) 7                  E) 9

2) A fortuna de João foi dividida da seguinte forma. Um quinto para seu irmão mais velho, um sexto do restante para seu irmão mais novo e partes iguais do restante para cada um de seus 12 filhos. Que fração da fortuna cada filho recebeu?

- A)  $\frac{1}{20}$                   B)  $\frac{1}{18}$                   C)  $\frac{1}{16}$                   D)  $\frac{1}{15}$                   E)  $\frac{1}{14}$

3) No alvo abaixo, uma certa pontuação é dada para a flecha que cai na região A e outra para a flecha que cai na região B. Alberto lançou 3 flechas: uma caiu em B e duas em A e obteve 17 pontos. Carlos também lançou 3 flechas: uma caiu em A e duas em B e obteve 22 pontos. Quantos pontos são atribuídos para uma flecha que cai na região A?

- A) 2  
B) 3  
C) 4  
D) 5  
E) 6



A  
B

4) Seja  $f$  uma função definida para todo  $x$  real, satisfazendo as condições:

$$\begin{cases} f(3) = 2 \\ f(x+3) = f(x) \cdot \phi(3) \end{cases}$$

Então,  $f(-3)$  vale:

- A) -6                  B) 0                  C)  $\frac{1}{2}$                   D) 2                  E) -1

5) Quatro carros, de cores amarelo, verde, azul e preto, estão em fila. Sabe-se que o carro que está imediatamente antes do carro azul é menor do que o que está imediatamente depois do carro azul; que o carro verde é o menor de todos; que o carro verde está depois do carro azul e que o carro amarelo está depois do preto. O primeiro carro da fila:

- A) é amarelo.                  B) é azul.                  C) é preto.                  D) é verde.  
E) não pode ser determinado apenas com esses dados.

OBS: O primeiro da fila é o que vem antes de todos os outros.

6) 64 jogadores de habilidades diferentes disputam um torneio de ténis. Na primeira rodada são feitos 32 jogos (os emparelhamentos são por sorteio) e os perdedores são eliminados. Na segunda rodada são feitos 16 jogos, os perdedores são eliminados e assim por diante. Se os emparelhamentos são feitos por sorteio e não há surpresas ( se A é melhor que B, A vence B), qual o número máximo de jogos que o décimo melhor jogador consegue jogar?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

7) O número de pares  $(x, y)$  de reais que satisfazem o sistema de equações

$$\begin{cases} x^2 - \xi\psi - \psi^2 + 1 = 0 \\ \xi^3 - \xi^2\psi - \xi\psi^2 + \xi - \psi + 2 = 0 \end{cases}$$

é igual a:

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

8) Seja  $y = |x + 2| + |\xi - 1| + |\xi - 3|$ . Se  $1 \leq x < 2$ , então  $y$  é igual a:

- A)  $x + 4$       B)  $3x - 2$       C)  $x - 4$       D)  $3x + 2$       E)  $x - 2$

9) Um gramado tem a forma de um quadrado com 10m de lado. Uma corda tem um dos extremos fixado em um dos vértices e no outro extremo está amarrado um bode. Se o bode consegue comer metade da grama, então o comprimento da corda é de aproximadamente,

- A) 8m      B) 7,5m      C) 7m      D) 6,5m      E) 6m

10) Se  $p$  e  $q$  são inteiros positivos tais que  $\frac{7}{10} < \frac{\pi}{\theta} < \frac{11}{15}$ , o menor valor que  $q$  pode ter é:

- A) 6      B) 7      C) 25      D) 30      E) 60

11) A equação  $\sqrt{x+10} - \sqrt{2\xi+3} = \sqrt{1-3\xi}$

- A) não tem solução  
B) tem uma única solução positiva  
C) tem uma única solução negativa  
D) tem duas soluções uma positiva e outra negativa  
E) tem duas soluções ambas negativas

12) Como o médico me recomendou caminhadas, todo dia de manhã dou uma volta (com velocidade constante) na quadra em que resido. Minha mulher aproveita para correr (com velocidade constante) em volta do quarteirão. Saímos juntos e chegamos juntos. Ela percorre a quadra no mesmo sentido que eu e me ultrapassa duas vezes durante o percurso. Se ela corresse no sentido contrário ao meu, quantas vezes ela cruzaria comigo?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

13) Em uma urna há 28 bolas azuis, 20 bolas verdes, 12 bolas amarelas, 10 bolas pretas e 8 bolas brancas. Qual é o número mínimo de bolas que devemos sacar dessa urna para termos certeza que sacaremos pelo menos 15 bolas da mesma cor?

- A) 58      B) 59      C) 60      D) 71      E) 72

14) Um ladrilho, em forma de polígono regular, foi retirado do lugar que ocupava em um painel. Observou-se então que esse ladrilho, se sofresse uma rotação de  $40^\circ$  ou de  $60^\circ$  em torno de seu centro, poderia ser encaixado perfeitamente no lugar que ficou vago no painel. O menor número de lados que pode ter esse ladrilho é:

- A) 6      B) 9      C) 12      D) 15      E) 18

15) No triângulo retângulo ABC da figura abaixo está inscrito um quadrado. Se  $AB = 20$  e  $AC = 5$ , que porcentagem a área do quadrado representa da área do triângulo ABC?

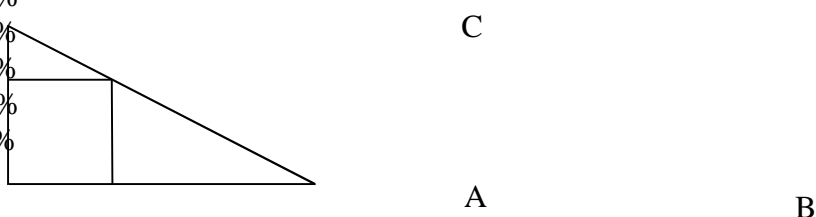
- A) 25%

- B) 30%

- C) 32%

- D) 36%

- E) 40%



16) Em certo país a unidade monetária é o pau. Há notas de 1 pau e moedas de meio pau, um terço de pau, um quarto de pau e um quinto de pau. Qual a maior quantia, em paus, que um cidadão pode ter em moedas sem que possa juntar algumas delas para formar exatamente um pau?

- A)  $\frac{11}{12}$       B)  $1\frac{5}{12}$       C)  $2\frac{7}{15}$       D)  $2\frac{13}{60}$       E)  $2\frac{43}{60}$

17) João e Pedro são vendedores e ganham R\$ 1 000,00 de salário e comissão de 8% sobre as vendas. Em setembro, João ganhou R\$ 2 000,00 e Pedro ganhou R\$ 2 500,00. Nesse mês, as vendas de Pedro superaram as de João em:

- A) 20%      B) 25%      C) 30%      D) 40%      E) 50%

18) Um triângulo ABC, de lados  $AB = c$ ,  $AC = b$  e  $BC = a$ , tem perímetro  $2p$ . Uma circunferência tangencia o lado BC e os prolongamentos dos lados AB e AC nos pontos P, Q e R, respectivamente. O comprimento AR é igual a:

- A)  $p - a$       B)  $p - b$       C)  $p - c$       D)  $p$       E)  $2p$

19) P é um ponto interior a um quadrado ABCD. As distâncias de P aos vértices A e D e ao lado BC são iguais a 10cm. O lado do quadrado mede:

- A) 10cm      B) 12cm      C) 14cm      D) 16cm      E) 18cm

20) A figura ao lado mostra três dados iguais. O número da face que é a base inferior da coluna de dados:

- A) é 1.
- B) é 2.
- C) é 4.
- D) é 6.
- E) pode ser 1 ou 4.

