OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA DO RIO GRANDE DO SUL 1998
NÍVEL 1

PROBLEMA 1:
Qual é o menor número de frações, com numerador igual a um (1), cuja soma é igual a 9/13? Determine as frações.

PROBLEMA 2:
Considerando o algoritmo da divisão, substitua os **X** por algarismos de modo a tornar verdadeira a divisão indicada, justificando as escolhas. O algarismo 3 (três) aparece apenas nas posições indicadas.

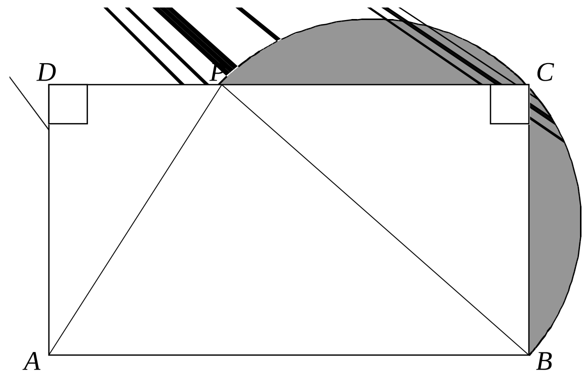
```
XXXXXX|3XX
      +-----
XXX     XXX3
-----
   3XX
   ---
   3XX
    XXX
    XXX
    ---
      3
```

PROBLEMA 3:
Um grupo de pessoas dispõe de certo número de bancos para sentar. Sentando duas pessoas em cada banco, sobram vinte pessoas em pé; mas, sentando três pessoas em cada banco sobra um banco vazio. Quantos são os bancos e as pessoas?

PROBLEMA 4:
Um recipiente está cheio com oito dm^3 de vinho; dispõe−se de dois outros recipientes vazios com capacidades respectivas de cinco o três dm^3. Determinar as operações que possibilitam dividir ao meio a quantidade inicial de vinho.

OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA DO RIO GRANDE DO SUL 1998
NÍVEL 2

PROBLEMA 1:
Sejam $ABCD$ um retângulo, P um ponto de CD, $BP = AB$ e arco BCP uma semicircunferência. Sabendo−se que a área do triângulo BCP é igual a quatro vezes a área do triângulo APD e a área do triângulo ABP é 4, 8 dm^2, determinar o perímetro do contorno da região hachurada.



PROBLEMA 2:
Determinar o conjunto dos valores de x que satisfazem à expressão

$$\frac{x^3-1}{3} \geq \frac{x^2-1}{2} \geq x-1$$

PROBLEMA 3:
Provar que a equação de segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$ sempre tem raízes racionais se $a + b + c = 0$ e a, b e c forem inteiros.

PROBLEMA 4:
Dado o retângulo $ABCD$ constrói−se um triângulo AMN de vértices A, M em BC e N em CD. Mostrar que a área do triângulo não ultrapassa a metade da área de retângulo, quaisquer que sejam as posições de M e N conforme estabelecido acima.

OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA DO RIO GRANDE DO SUL 1998
NÍVEL 3

PROBLEMA 1:

Sendo n um número inteiro, prove que existem soluções inteiras x, y para a equação $x^2 - y^2 = n$ se e só se n pode ser escrito como o produto de dois inteiros de mesma paridade.

PROBLEMA 2:

Dado um número real r, indicaremos por $\{r\}$ a parte fracionária da representação decimal de r. Por exemplo: $\{2, 78\} = 0{,}78$ e $\{0, 45\} = 0{,}45$.
Assim sendo, seja a função $y = f(x)$, definida em cada x real positivo por:

$$f(x) = \{x\} + \{\frac{1}{2}\}$$

Pede−se:

a) achar um $x > 0$ para o qual $f(x) = 1$
b) construir um algorismo (= procedimento) capaz de calcular sistemáticamente infinitos $x > 0$ verificando $f(x) = 1$.

PROBLEMA 3:

Mostrar que cada n inteiro positivo: $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n < 3.$

PROBLEMA 4:

Para cada n inteiro positivo, seja $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n}.$ Pede−se provar que, para cada $n \geq 2$, vale: $n + h(1) + h(2) + ... + h(n-1) = nh(n)$.

PROBLEMA 5:

De cada uma de três varetas de mesmo comprimento l, quebrou−se um pedaço. Calcular a probabilidade de que seja possível construir um triângulo com esses três pedaços.