OLIMPÍADAS SERGIPANAS DE MATEMÁTICA

Primeira Fase − Nível 1 (5a. e 6a. séries)

Questão 1:
Jacira consegue datilografar 20 páginas de um manuscrito em 4 horas e Joana o faz em 5 horas. Ainda restam 900 páginas do manuscrito para datilografar. Se as duas começarem a datilografar no mesmo instante essas páginas, quantas páginas deverá pegar a mais lenta, de forma que ambas terminem juntas?

a) 225 b) 500 c) 400 d) 450 e)180

Questão 2:
O professor Epaminondas, no primeiro dia de aula, apostou que, entre os alunos daquela classe, pelo menos dois fariam aniversário no mesmo dia do mês. O professor tinha certeza de que ganharia a aposta, pois naquela classe o número de alunos era maior ou igual a:

a) 15 b) 32 c) 28 d) 31 e) 30

Questão 3:
Seu Pedro possui três lotes quadrados: um deles tem lado de 10 metros, e os outros dois têm lados de 20 metros cada. Seu Pedro quer trocar os três lotes por um outro lote quadrado, cuja área seja a soma das áreas daqueles três lotes. O novo lote deverá ter lado de medida:

a) impossível de se obter b) 24 metros c) 25 metros d) 40 metros e) 30 metros

Questão 4:
Um jogo consiste em partir da casa 1 à casa 36 numa trilha com casas numeradas de 1 a 36. Os dois jogadores começam na casa 1 e o avanço de casas depende do lançamento de dois dados cúbicos comuns.

- Se a soma dos pontos for par, o jogador avança 3 casas.
- Se a soma dos pontos for ímpar, o jogador avança 1 casa.
- Se o jogador ultrapassar a última casa, retorna à casa 1.
- A ordem com que os jogadores iniciam suas jogadas é definida por alguma forma de sorteio.

− Ganha quem parar primeiro na casa 36.

− O menor número de jogadas que alguém pode fazer e ganhar é:

a) 37 b) 13 c) 12 d) 14 e) 17

Questão 5:
Qual dos número a seguir é o maior?

a) 3^{45} b) 9^{20} c) 27^{14} d) 243^{9} e) 81^{12}

Questão 6:

Um menino joga três dados e soma os números que aparecem nas faces voltadas para cima. O número de diferentes resultados dessa adição é:

a) 12 b) 18 c) 216 d) 16
e) 15

OLIMPÍADAS SERGIPANAS DE MATEMÁTICA
Primeira Fase − Nível 2 (7a. e 8a. séries)

Questão 1:
No modo SP, o aparelho de video cassete grava exatamente duas horas e, no modo EP, grava quatro horas de filme, com menor qualidade. Carlinhos quer gravar um filme com 136 minutos, com a maior qualidade possível. Ele decidiu começar no modo EP e terminar no modo SP. Após quantos minutos de gravação no modo EP ele deve passar ao modo SP?

a) 20 b) 16 c) 8 d) 32 e) 68

Questão 2:
Os pontos *A*, *B* e *C* são vértices de um triângulo cujos lados medem 3, 4 e 5 cm e pertecem ao interior de uma circunferência, da qual estão a uma distância de 1 cm. O raio da circunferência, em centímetros, é:

a) 5 b) 7 c) 2,5 d) 4,2 e) 3,

Questão 3:
Um número de dois algarismos não nulos é igual ao dobro do produto desses algarismos. Esse número pertence ao conjunto:

a) {11,12,?,30} b) {31,32,?,50} c) {51,52,?,70} d) {71,72,?,90} e) {91,92,?,99}

Questão 4:
Determine com quantos zeros consecutivos termina a representação decimal do número $1\times2\times3\times...\times1998$.

Questão 5:
Considere cinco pontos $P_1, P_2, ..., P_5,$ no interior de um quadrado de lado 1. Mostre que pelo menos uma das distâncias d_{ij} entre P_i e P_j é menor que $\sqrt{2/2}$.

Questão 6:
Determine todos os valores do coeficiente a para os quais as equações $x^2 + ax + 1 = 0$ e $x^2 + x + a = 0$ tem no mínimo uma raiz comum.

OLIMPÍADAS SERGIPANAS DE MATEMÁTICA
Primeira Fase − Nível 3 (Ensino médio)

Questão 1:
Considere três circunferências concêntricas (mesmo centro *T*)de raios 1,2 e 3 respectivamente. Considere um triângulo cujos vértices pertencem, um a cada uma das circunferências. Sabendo que o triângulo tem área máxima sob essas condições, podemos afirmar que, para este triângulo, o ponto *T* é o:

a) baricentro b) incentro c) circuncentro d) ortocentro e) ex−incentro

Questão 2:
Mostre que, dados 5 pontos do plano em posição geral (isto é, três pontos quaisquer nunca estão em linha reta), há 4 que formam um quadrilátero convexo.

Questão 3:
$\sqrt{0},4444... =$

a) 0,2222? b) 0,3333? c) 0,4444? d) 0,5555?.
e) 0,6666?

Questão 4:
A soma das raízes de $x^3 + 3x^2 + 3x - 1 = 0 \quad é:$

a) − 3 b) $1-\sqrt[3]{2}$ c) 1 d) $\sqrt[3]{2} \ -1$
e) 3

Questão 5:
Barcas vão do Rio a Niterói em 25 minutos e lanchas fazem a viagem em 15 minutos. A que horas a barca que partiu do Rio às 10h 01 min é alcançada pela lancha que saiu do Rio às 10h 07 min?

a) 10h 15min b) 10h 16min c) 10h 17min d) 10h 18min
e) 10h 20min

Questão 6:
Os lados de um triângulo medem 3, 7 e 8, respectivamente. Mostre que os ângulos deste triângulo, medidos em graus, formam uma progressão aritimética.

OLIMPÍADAS SERGIPANAS DE MATEMÁTICA
Segunda Fase − Nível 1 (5a. e 6a. séries)

Questão 1:
1) Calcular 9999999^2.

Questão 2:
2) Qual o número de saltos que deve dar um cão para alcançar um coelho que leva 75 saltos de avanço, sabendo−se que se o cão dá dois saltos enquanto o coelho dá 3, e que 5 saltos deste valem dois daquele?

Questão 3:
3) Dois números tem por razão 5/8, e m.d.c. 21. Achar os números.

Questão 4:
4) Uma bola elástica, cada vez que cai, torna a saltar uma altura igual a 3/5 da altura de onde caiu. Deixou−se a bola cair de uma altura de 12 metros. Quantas vezes a bola deve quicar para atingir uma altura abaixo de 4 metros pela primeira vez?

Questão 5:
5) O valor de $\left(\frac{15^{30}}{45^{15}}\right)$ *é* :

a) $\left(\frac{1}{3}\right)^{15}$ b) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2}$ c) 1 d) 3^{15} e) 5^{15}

Questão 6:

6) Numa gaveta há 6 meias pretas e 6 meias brancas. Qual o número mínimo de meias a se retirar (no escuro) para garantir que:

a) As meias retiradas contenham um par da mesma cor?
b) As meias retiradas contenham um par de cor branca?

OLIMPÍADAS SERGIPANAS DE MATEMÁTICA
Segunda Fase − Nível 2 (7a. e 8a. séries)

Questão 1:

1) Simplificar: $2-\left(2-\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}\right)^{2}$

Questão 2:

2) Prove que:

$$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+...+\frac{1}{2n}\rangle\frac{1}{2}$$ onde *n* é um natural.

Questão 3:

3) Resolva:

$$\begin{cases} 2xy+x+y=22 \\ 2yz+y+z=58 \\ 2xz+x+z=32 \end{cases}$$

Questão 4:

4) Considere a equação do segundo grau: $ax^2+bx+c=0.$ Sendo $\mathbb{A}$ e $\mathbb{B}$ as raízes dessa equação. Calcule, em termos de *a*, *b* e *c*, $\frac{a}{B}+\frac{B}{a}$.

Questão 5:

5) Os segmentos que unem os centros dos lados opostos de um quadrilátero convexo são iguais a *a* e *b*, e se cortam formando um ângulo de 60º . Achar as diagonais do quadrilátero.

Questão 6:

6) Determine o menor inteiro positivo, *n*, que satisfaz a equação $n^3+2n=b$, onde *b* é o quadrado de um inteiro ímpar.

OLIMPÍADAS SERGIPANAS DE MATEMÁTICA
Segunda Fase − Nível 3 (Ensino médio)

Questão 1:

1) Calcule $1+(1g15^o-2)^2$

Questão 2:

2) Prove que sen(cos x)< cos(sen x) para $0\leq x\leq\frac{x}{2}$.

Questão 3:

3) Achar o comprimento da corda interceptada pela reta $3x+4y=7$ na circunferência $x^2+y^2-2x-4y+1=0$

Questão 4:

4) Duas cidades *A* e *B* estão em lados opostos de um canal estreito e distam dele *a e* b respectivamente; mas o solo for a do canal é mole e úmido de maneira que o custo por km para fazer a estrada a partir de *A* é *x* cruzeiros, e a partir de *B* a estrada custa *kx* cruzeiros. Em que local deve a estrada ser construída para ser mais barata?

Questão 5:

5) Fatorar $8x^3 - 12x - 9$

Questão 6:

6) Se $\log_{2n}(1944) = \log_n\left(486\sqrt{2}\right)$, calcule n^6.

Questão 7:

7) Os segmentos de reta *AO*, *OB* e *OC* são mutuamente perpendiculares. Expresse a área do triângulo *ABC* em termos das áreas dos triângulos *OBC*, *OCA* e *OAB*.