11ª. OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO CONE SUL

14 a 19 de abril, Montevideu − Uruguai

Primeiro Dia
Duração da prova: 4 horas

PROBLEMA 1

Dizemos que um número é descendente se cada um de seus dígitos é menor do que ou igual ao dígito anterior, da esquerda para a direita. Por exemplo, 4221 e 751 são números descendentes, enquanto 476 e 455 não são descendentes. Determine se existem inteiros positivos n para os quais 16^n é descendente.

PROBLEMA 2

Em um tabuleiro 8×8 distribuímos os inteiros de 1 a 64, um em cada casa.

A seguir, colocam−se sobre o tabuleiro fichas quadradas 2×2, que cobrem exatamente quatro casas (sem superposição) e de modo que os quatro números cobertos por cada ficha determinem uma soma menor que 100.

Mostrar uma distribuição desses inteiros que permita colocar o maior número de fichas, e demonstrar que não é possível obter uma distribuição que permita colocar mais fichas.

PROBLEMA 3

Um quadrado de lado 2 é dividido em retângulos mediante várias retas paralelas aos lados (algumas horizontais e outras verticais). Os retângulos são coloridos alternadamente de preto e branco, como se fosse um tabuleiro de xadrez. Se deste modo a área branca resultou igual a área preta, demonstrar que ao recortar os retângulos pretos ao longo de seus bordos, é possível formar com estes (sem superposição) um retângulo preto 1×2.

11ª. OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO CONE SUL

14 a 19 de abril, Montevideu − Uruguai

Segundo Dia
Duração da prova: 4 horas

PROBLEMA 4
Sejam *ABCD* um quadrado (sentido horário) e *P* um ponto qualquer pertencente ao interior do segmento *BC*. Constrói−se o quadrado *APRS* (sentido horário).
Demonstrar que a reta *CR* é tangente a circunferência circunscrita ao triângulo *ABC*.

PROBLEMA 5
No plano cartesiano, considere os pontos de coordenadas inteiras. Uma operação consiste em:

Escolher um destes pontos e realizar uma rotação de 90º. no sentido anti−horário, com centro neste ponto.

É possível, através de uma seqüência dessas operações, levar o triângulo de vértices (0, 0), (1, 0), e (0, 1) no triângulo de vértices (0, 0), (1, 0) e (1, 1)?

PROBLEMA 6
Existe um inteiro positivo divisível pelo produto de seus algarismos e tal que esse produto é maior que 10^{2000}?